

Некоторые вопросы формализации и моделирования процесса обучения

В работе рассматривается вопросы тензорной организации моделей обучающего процесса (ОП) в автоматизированных обучающих системах (АОС) межпредметной области (МПО)

МПО представляется как множество гипертекстов, объединенных в рамках гибкой (адаптивной эволюционной) иерархической системы в задания, темы, курсы, и множества возможных связей (переходов, ссылок) между ними. Их можно рассматривать как "мертвый скелет"- структуру.

В структуре АОС МПО можно выделить подмножества трех типов: инварианты, преобразования, группы.

Инварианты могут быть описаны обычными матрицами, т.е. модель динамики прохождения ОП на таких множествах гипертекстов организовывается в форме соответствующего матричного уравнения. Инварианты автономны по отношению к другим множествам гипертекстов.

Преобразования также могут быть описаны 2_матрицами – матрицами преобразований (связей). К ним относятся элементы АОС МПО (множества гипертекстов), которые специально построены для осуществления внутри - и меж предметных, курсовых, тематических связей.

Однако наиболее характерная и многочисленная (для рассматривае-

мого класса АОС МПО) совокупность гипертекстов принадлежит к третьему типу, который является промежуточным между первыми двумя (крайними) типами и включает в себя свойства как одного, так и другого - эта группа, олицетворяющая собой сущность АОС МПО.

Группа не может быть описана обычной матрицей. Такая группа в тензорном анализе называется по числу индексов 2_матрицей. Для ее описания необходимо использовать две связанные между собой 2_матрицы: первая - по аналогии с матрицей, необходимой для описания инварианта (эту матрицу можно назвать матрицей поведения), а вторая - по аналогии с матрицей, используемой для описания преобразования (эту матрицу можно назвать матрицей связи).

Таким образом, группа описывается 4_матрицей (т.е. "матрицей" с четырьмя индексами) A , а это значит, что для организации элементарных моделей динамики взаимодействия, «гипертекст – учащийся» для группы необходимо уже использовать тензорные объекты.

При этом, роль осей координат в тензорном гиперпространстве МПО играют пути, проходимые учащимися по элементам обучающей системы - гипертекстам.

Число гипертекстов задает размерность гиперпространства МПО.

Пути могут быть только двух видов: открытые и закрытые (замкнутые), - так как в тензорной алгебре понятия "ветвящийся" или "линейные" теряют смысл.

Множество открытых путей и множество замкнутых путей образуют два взаимодействующих пространства в гиперпространстве МПО. Обозначим число возможных осей координат первого подпространства (число "прямолинейных" - систем координат гиперпространства) через m , число возможных осей координат второго подпространства (число "криволинейных" систем координат гиперпространства) через k . Тогда в общем случае между ними имеет место соотношение. $k_0 + m_0 = n_0$

Преобразование систем координат в гиперпространстве заключается во всевозможных изменениях траектории прохождения гипертекстов МПО (причем возможность прохождения не всех гипертекстов, или же прохождение некоторых гипертекстов по несколько раз) различными способами, что приводит к взаимному изменению чисел k', m' и n' .

Следовательно, различные пути в МПО, отличающиеся друг от друга только порядком соединения своих элементов (гипертекстов, заданий, тем, курсов) описываются уравнениями поведения (модели динамики и модели взаимодействия) одного типа при условии, что эти модели терзорные.

Более того, в этом случае это будут одни и те же уравнения с точностью до системы координат. Переход от одной системы коор-

динат (связей либо с траекторией МПО, либо с учащимися) осуществляется при помощи тензора преобразования.

С учетом вышеизложенного модель структуры МПО может быть представлена в виде:

$$A'_{\beta_1 \dots \beta_n} = \sum_{a'_1 \dots a'_r} \sum_{\beta'_1 \dots \beta'_s} (c_{a'_1}^{a_1} \dots c_{a'_r}^{a_r} c_{\beta'_1}^{\beta_1} \dots c_{\beta'_m}^{\beta_m}) A_{\beta'_1 \dots \beta'_s}^{a'_1 \dots a'_r} \quad (1)$$

$$c_{a_p}^{a'_p} = \frac{\partial s^{a_p}}{\partial s^{a'_p}}, \quad c_{\beta}^{\beta'} = \frac{\partial w_{\beta q}}{\partial w_{\beta' q}} \quad (2)$$

- тензоры преобразования, отражающие изменения в процессе протекания обучающего процесса при изменении структуры МПО. Очевидно, что если

$$a_1 = a'_1, \text{ то } c_{a_1}^{a'_1} \equiv 1. \\ \text{Если } a' = a_q, q \neq 1, \text{ то } c_{a_1}^{a'_1} \equiv -1, \text{ а при } a_1 \in (\text{МПО})' c_{a_c}^{a'_1} = 0.$$

Таким образом, именно тензор преобразования C является инструментом с помощью которого записывается структура исследуемой системы. Функции тензора преобразования значительно шире, чем просто соединение гипертекстов в темах, заданиях и курсах МПО: в случае необходимости - в зависимости от рассматриваемой системы координат - он может изменять чисто гипертекстов в иерархической структуре МПО, вводить в них гипотетические гипертексты - в

рамках гиперпространства одной и той же МПО.

В случае необходимости перехода к другому гиперпространству и изменения (модернизации) данной МПО (например, изменения размерности иерархических подсистем и т.п.) тензор преобразования принимает смысл тензора синтеза МПО.

Отсюда также следует, что тензор преобразования входит только в модель структуры МПО (1) и не входит в уравнения динамики ОП на данной МПО.

Таким образом, тензор преобразования C используется для конкретизации (настройки) на конкретную систему (тензор A') структуры МПО (обобщенного тензора A).

Наряду с моделями структуры многоаспектной предметной области обучающей системы в тензорной форме могут быть организованы модели динамики взаимодействия "обучаемый - гипертекст" (при этом они приобретают смысл моделей взаимодействия "группа обучаемых - множество гипертекстов МПО").

Однако, в связи с принятым нами двойственным описанием данного взаимодействия, наибольший интерес представляет тензорная организация модели "управления-наблюдения" ОП, которая будет иметь смысл модели взаимодействия между моделью структуры МПО и моделью динамики ОП.

Искомую модель можно представить в виде системы двух тензорных уравнений:

$$S_i = A_{ij}^k S_j^k + B_j^k U_{ij}^k + \xi_i, \quad (3)$$

$$Y_i = C_j^k S_i^k + \eta_i + D_j^k a_{ij}^k, \quad (4)$$

в которой первое представляет уравнение состояния с явным тензором управления, а второе – уравнение наблюдения с неявным или с явным тензором наблюдения, $\xi(t)$ – "шум" в канале управления, $\eta(t)$ – "шум" в канале наблюдения, имитируемые гауссовскими процессами.

Отметим, что в общем случае второе уравнение (наблюдение) необходимо даже при использовании неявного параметра наблюдения a (т.е. при отсутствии специального управления наблюдениями за протеканием ОП в данной системе обучения).

В самом деле, не все компоненты вектора состояния, характеризующего процесс освоения учащимися гипертекстов, можно "измерить"; – часть из них вообще не поддается "измерению" (например, W), другая (например, S) "измеряется" достаточно приближенно (через косвенные параметры Y : оценки, баллы и т.п. и ξ), либо сама проверка (опрос, экзамен, тестирование и т.п. оказывает воздействие на значения S).

Поэтому при моделировании рассматриваемого взаимодействия, играющего связывающую роль между структурой МПО и динамикой ОП, центральную роль играет не построение модели взаимодействия (ее принимаем в представленном выше линейном виде), учитывая линейность модели структуры и билинейность модели динамики, а идентификация ее параметров.

Другой вопрос, возникающий относительно данной модели и тензора МПО (наличием или отсутст-

вием в нем некоторых связей, симметричность или несимметричность некоторых тензорных объектов, т.е. свойствами подмножеств спинора типа инварианта, преобразования, группы и подгруппы)- это вопрос декомпозиции модели взаимодействия (3-4).

Известно, что вход-выходные свойства модели типа (3) полностью сохраняются при невырожденном линейном преобразовании

$$\begin{aligned} HS' &= HS, \\ \text{при} \\ A' &= HAH^{-1}. \end{aligned}$$

Поэтому переменные состояния процесса обучения S являются абстрактными, они только выбирают, исходя из психолого-педагогических соображений, и содержательную сторону параметров S , W можно в определенных рамках видоизменять, используя соответствующее преобразование H .

В конечном счете, настроенная в результате декомпозиции и идентификации модель взаимодействия для конкретной МПО отражает характер связи между структурой и динамикой ОП в МПО.

ZURAB CHKHAIDZE

SOME PROBLEMS OF FORMALIZATION AND MODELING LEARNING PROCESS

S u m m a r y:

This work is devoted to learning process modeling in automated training systems. The tensor model is proposed to formalize the set of trainee hypertexts between the domains, but the interaction between the student and the knowledge model is described by system of two tensor equations. One of them is the equation with explicit tensor Control, that is the tensor of the state, and the second equation is monitoring with implicit or explicit tensor of observation.

Литература:

1. Габриель Крон, Тензорный анализ сетей. Перевод с английского; Москва, «Советское радио»;1978 г..
2. Joe Diestel, Jan H. Fourie, Johan Swart. The Metric Theory of Tensor Products. The American mathematics society. USA, 2008.
3. Векторная и тензорная алгебра для будущих физиков и техников. Речкалов В.Г.; Издательство: ИИУМЦ "Образование", 2008 г.