

მედიანის მეთოდების გამოყენება საინვესტიციო ქალაქთმშენებლობის პროექტების ანალიზისა და ექსპერტიზისას

მოღვაწეობის ნებისმიერ სფეროში, იქნება ეს პოლიტიკა, საწარმოს მართვა, საუკეთესო საინვესტიციო პროექტის არჩევა ქალაქთმშენებლობაში [1, 4] თუ სხვა მრავალ შემთხვევაში, ადამიანებს უწევთ გადაწყვეტილებების მიღება. ზოგადად გადაწყვეტილების მიღება ეს არის ის შემთხვევა, რომელიც ეფუძნება გარკვეული ვარიანტების სიმრავლიდან კონკრეტული ვარიანტის არჩევას. პროექტების ექსპერტიზისას წარმოიშვება ისეთი სიტუაციები, როდესაც ასარჩევია არა მხოლოდ ერთი, არამედ რამდენიმე საუკეთესო ვარიანტი. აღნიშნულს, ძალზედ დიდი როლი ენიჭება ქალაქთმშენებლობაში საინვესტიციო პროექტებიდან საუკეთესო პროექტის შერჩევისას. რადგან წარმოდგენილი პროექტებიდან საუკეთესო პროექტის შერჩევა საკმაოდ რთული და ძვირდღირებული სამუშაოა და უფრო დარწმუნებული რომ ვიყოთ სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში, მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ერთდროულად რამდენიმე მეთოდის გამოყენება და მათი შედეგების საფუძველზე საბოლოო გადაწყვეტილების მიღება. საინვესტიციო პროექტების საექსპერტო შეფასებებისათვის განვიხილოთ მედიანის და *ჯ. კემენის მედიანის* მეთოდები [2,3], სადაც გამოიყენება საკმაოდ მარტივი მათემატიკური აპარატი და ადვილია ამოცანების ფართო ჯგუფისათვის მათი პრაქტიკული გამოყენება.

მედიანის მეთოდის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ ექსპერტების მიერ განსახილველად შემოსუ-

ლი პროექტების სიმრავლიდან შეფასებებისას უნდა დადგინდეს მათი „საშუალო“ შეფასება ანუ გამოვლინდეს ის პროექტი, რომელიც მიღებული შეფასებების შედეგად ყველაზე „ახლო“ იქნება კოლექტიურ გადაწყვეტილებასთან. მედიანის მეთოდის გამოყენება მიზანშეწონილია, როდესაც ექსპერტთა შეფასების მნიშვნელობები რიგობითი სკალითაა მოცემული. ეს ნიშნავს, რომ ექსპერტების წინასწარი შეფასებების საფუძველზე წარმოებს პროექტების რანჟირება. ზოგადად რანჟირება ეს არის სიმრავლის დალაგება, სიმრავლის დაყოფა ელემენტებად და მათ შორის გარკვეული რიგობის შემოღება, ჩვენს შემთხვევაში მოხდება შეფასებების მნიშვნელობების დალაგება „უკეთესი-უარესი“ რიგის მიხედვით. ანუ პროექტებს უნდა მიენიჭოს შესაბამისი რანგი, რის საფუძველზეც წარმოდგენილი პროექტები უნდა დალაგდნენ რიგობის მიხედვით – უპირატესობიდან უარესობისაკენ პრიორიტეტების გათვალისწინებით, ხოლო რაც შეეხება პროექტის უპირატესობას ის გამოვლინდება მისი ჯამური შეფასების საფუძველზე წინასწარ დადგენილი კრიტერიუმების გამოყენებით.

P წარმოდგენილი პროექტების რანგის განსაზღვრის მიზნით ექსპერტების მიერ პროექტების შეფასებების მნიშვნელობები უნდა წარმოდგენილი იყოს ცხრილის სახით (იხ. ცხრილი 1)

შეფასებების მატრიცა

ცხრილი 1

პროექტი ექსპერტი	P ₁	P ₂	...	P _n
E ₁	Q ₁₁	Q ₁₂	...	Q _{1n}
E ₂	Q ₂₁	Q ₂₂	...	Q _{2n}
⋮	⋮	⋮		⋮
E _m	Q _{m1}	Q _{m2}	...	Q _{mn}

სადაც $E_1 \dots E_m$ – ექსპერტებია, m – ექსპერტთა რაოდენობა, $P_1 \dots P_n$ – შესაფასებელი პროექტები, n – პროექტების რაოდენობა, Q_{ij} – i ექსპერტის მიერ j პროექტის ჯამური შეფასება წინასწარ განსაზღვრული კრიტერიუმებით და გამოითვლება ფორმულით:

$$Q_{ij} = \sum_{k=1}^L C_k \quad (1)$$

აქ $i = 1 \dots m$ და $j = 1 \dots n$, $k = 1 \dots L$, სადაც L – კრიტერიუმების რაოდენობაა, C_k – პროექტის 10-ბალიანი სისტემით შეფასების მნიშვნელობაა k კრიტერიუმის მიხედვით;

წარმოდგენილი მეთოდის მიხედვით პროექტის უმაღლესი რანგი – I ენიჭება ყველაზე საუკეთესო (ყველაზე ხარისხიან) პროექტს, ხოლო რანგი – II მიენიჭება მომდევნო პროექტს მისი ხარისხის თვალსაზრისით და ა.შ.

მედიანის მეთოდის გამოყენების შესაძლებლობების გამოვლენის მიზნით განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი. დაუშვათ, რომ შვიდმა ექ-

სპერტმა ($E_1 \dots E_7$) ექსპერტიზისას სამი ძირითადი კრიტერიუმის მიხედვით უნდა შეაფასოს ხუთი წარმოდგენილი პროექტი ($P_1, P_2, \dots, P_5$) ცალ-ცალკე. შევთანხმდეთ, რომ პროექტის კრიტერიუმის უმაღლეს შეფასებას შეესაბამება ათი ქულა, ხოლო ყველაზე დაბალს ერთი ქულა. დაუშვათ, რომ პროექტების შეფასებისას პირველმა (E_1) ექსპერტმა პირველი პროექტი (P_1) წინასწარ შემუშავებული კრიტერიუმების მიხედვით შეაფასა შემდეგნაირად – პირველი კრიტერიუმის მიხედვით პროექტი შეაფასა – 9 ქულით, 2-ე კრიტერიუმით – 7 ქულით, 3-ე კრიტერიუმით – 10 ქულით, რაც (1) ფორმულით შეესაბამება პირველი პროექტის (P_1) საერთო შეფასებას $Q_{11} = 26$ ქულას. შემდეგ, დაუშვათ რომ იგივე (E_1) ექსპერტმა მეორე პროექტი (P_2) შეაფასა $Q_{12} = 11$ ქულით. თითოეული ექსპერტის ხუთივე პროექტის ჯამური შეფასებები წინასწარ მოცემული კრიტერიუმების მიხედვით ნაჩვენებია ცხრილში 2.

შეფასებების მატრიცა

ცხრილი 2

ექსპერტი	პროექტი				
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
E_1	26	11	18	9	15
E_2	28	10	19	12	22
E_3	19	7	21	5	17
E_4	25	16	18	8	20
E_5	18	15	20	11	21
E_6	23	18	17	12	15
E_7	16	20	19	14	9

ექსპერტების შეფასებებიდან (ცხრილი 2) გამომდინარე პროექტები რანგების მიხედვით დალაგდება შემდეგნაირად (ცხრილი 3). აქ, რანგი 1 – ენიჭება ყველაზე საუკეთესოს, რანგი 2 –

მომდევნოს უკეთესობის თვალსაზრისით და ა.შ. მაგალითად, პირველმა ექსპერტმა (E_1) მოახდინა პროექტების შემდეგნაირი რანჟირება: რანგი 1 – P_1 , რანგი 2 – P_3 , 3 – P_5 , 4 – P_2 , 5 – P_4 .

ცხრილი 3

ექსპერტი	პროექტი				
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
E_1	1	4	2	5	3
E_2	1	5	3	4	2
E_3	2	4	1	5	3
E_4	1	4	3	5	2
E_5	3	4	2	5	1
E_6	1	2	3	5	4

E ₇	3	1	2	4	5
რანგების მედიანა	1	4	2	5	3
საბოლოო რანგი მედიანით	1	4	2	5	3

ამის მერე უნდა ავიღოთ ექსპერტთა შეფასებები თითოეული პროექტისათვის და დავალაგოთ ისინი არაკლებადობით, ანუ შევადგინოთ მათგან ვარიაციული მწკრივი. მაგალითად, ამოვწეროთ 3 ცხრილიდან პირველი პროექტის რანგობრივი შეფასებები – 1, 1, 2, 1, 3, 1, 3, ხოლო მისი ვარიაციულ მწკრივი იქნება – 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3. აქ შუა წევრია 1. მაშასადამე, P₁ პროექტის რანგების მედიანაა 1. მეორე პროექტისათვის გვაქვს რანგობრივი შეფასებები – 4, 5, 4, 4, 4, 2, 1, რომლის ვარიაციულ მწკრივი იქნება – 1, 2, 4, 4, 4, 4, 5. შესაბამისად P₂ პროექტის მედიანაა 4.

ანალოგიურად ვიპოვოთ დანარჩენი რანგები, რის შედეგადაც შევადგინოთ რანგების მედიანის სტრიქონი, რომელიც მოცემულია 3 ცხრილში. რანგების მედიანას გააჩნია შემდეგი სახე – 1, 4, 2, 5, 3.

ამ სტრიქონის საფუძველზე დავადგენთ საბოლოო რანგს მედიანით (საბოლოო რანგი მედიანების მიხედვით) და ჩავწერთ 3 ცხრილის ბოლო სტრიქონში (ამ შემთხვევაში ბოლოსწინა და ბოლო სტრიქონები დაემთხვა ერთმანათს). მაშასადამე გვექნება პროექტების შემდეგი რანჟირება:

$$P_1 < P_3 < P_5 < P_2 < P_4 \quad (2)$$

აქედან გამომდინარე, გვექნება, რომ უპირატესობის თვალსაზრისით საუკეთესო პროექტია P₁, რომლის შემდგომს წარმოადგენს P₃ და ა.შ.

განვიხილოთ კიდევ ერთი მაგალითი (ცხრილი 4) და დავამუშაოთ ექსპერტების შეფასებების მონაცემები.

შეფასებების მატრიცა

ცხრილი 4

პროექტი ექსპერტი	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅
E ₁	26	11	26	9	15
E ₂	23	10	19	12	27
E ₃	19	7	21	5	17
E ₄	25	8	18	16	20
E ₅	18	11	19	11	21
E ₆	17	12	18	15	23
E ₇	16	9	19	14	20

თუ რამდენიმე პროექტს გააჩნია ერთნაირი რანგი, მაშინ უნდა გადავწყვიტოთ რომელ ადგილზე შეიძლება მოხდნენ ასეთი პროექტები, ანუ როგორი შეიძლება იყოს მათი საბოლოო ობიექტური რანგები, რისთვისაც ასეთი პროექტების საბოლოო რანგების დასადგენად, უპირველესად ავიღოთ ყველა პროექტის რანგის ერთნაირი რიცხობრივი მნიშვნელობა, რაც წარმოადგენს პროექტების ცხრილში გაწერილი სავარაუდო ადგილების საშუალო არითმეტიკულს. ასე მაგალითად,

თუ პირველმა ექსპერტმა (E₁) (ცხრილი 4) ერთნაირი ქულებით შეაფასა 1-ი და 3-ე პროექტი, რომლებიც ქულების მიხედვით პირველი და მეორე ადგილის კანდიდატები არიან, მათ მიენიჭებათ ერთნაირი რანგი და ეს იქნება: (1+2)/2=1,5. ანალოგიურად მეხუთე ექსპერტის (E₅) შემთხვევაში - ერთნაირი რანგები ექნებათ 2-ე და 4-ე პროექტს, რომელიც გამოთვლება, როგორც (4+5)/2=4,5.

ცხრილი 4-ს საფუძველზე გამოვავლენთ პროექტების რანგებს და ეს აისახება ცხრილში 5:

პროექტი ექსპერტი	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅
E ₁	1,5	4	1,5	5	3
E ₂	2	5	3	4	1
E ₃	2	4	1	5	3
E ₄	1	5	3	4	2
E ₅	3	4,5	2	4,5	1
E ₆	3	5	2	4	1
E ₇	3	5	2	4	1
რანგების მედიანა	2	5	2	4	1
საბოლოო რანგი მედიანით	2,5	5	2,5	4	1

აქ მოყვანილი ცხრილის შესაბამისად ვიპოვოთ თითოეული პროექტის რანგის მედიანა. პირველი პროექტის რანგობრივი შეფასებებია: 1,5, 2, 2, 1, 3, 3, 3. მის ვარიაციულ მწკრივს ექნება სახე: 1, 1,5, 2, 2, 3, 3, 3. აქ შუა წევრია 2, რის საფუძველზეც მივიღებთ, რომ P₁ პროექტის რანგობრივი მედიანაა 2. მეორე პროექტისათვის გვაქვს შემდეგი შეფასებები - 4, 5, 4, 5, 4,5, 5, 5, რის შესაბამისად ვარიაციულ მწკრივი იქნება შემდეგი სახე: 4, 4, 4,5, 5, 5, 5, 5 აქ შუა წევრია 5 და P₂ პროექტის მედიანაა 5.

ანალოგიურად ვიპოვოთ დანარჩენებსაც და მონაცემები ჩაიწერება ცხრილი 5-ში. როგორც ვხედავთ P₃ და P₅ პროექტებს აქვთ ერთნაირი რანგების მედიანები და ისინი არიან 2-ე და 3-ე ადგილების პრეტენდენტები, ამიტომ მათ ექნებათ ერთნაირი საბოლოო რანგი მედიანით:

$$(2+3)/2=2,5$$

აქედან გამომდინარე პროექტების საბოლოო რანგები მედიანით იქნება (ცხრილი 5 ბოლო სტრიქონი): 2,5, 5, 2,5, 4, 1. ეს ნიშნავს, რომ მედიანების მეთოდით მონაცემების დამუშავების შედეგად გვექნება პროექტების შემდეგი რანჟირება:

$$P_5 < \{P_1, P_3\} < P_4 < P_2 \quad (3)$$

მაშასადამე, საუკეთესო პროექტად ჩაითვლება P₅ პროექტი, P₁ და P₃ პროექტებმა მიიღეს ერთნაირ რანგებს მედიანით და ისინი იყოფნენ 2-3 ადგილებს, 4-ე ადგილზეა P₄ პროექტი და ბოლო ადგილზე – P₂ პროექტი. საჭიროების შემთხვევაში, იმის გასარკვევად, თუ რომელ პროექტს P₁ და P₃-დან უნდა მიენიჭოს უპირატესობა, დამატებით ეს გამოსაკვლევიან სხვა მეთოდით.

ჯ. კემენის მედიანის მეთოდი

მეთოდს დაერქვა ავტორის – ამერიკელი მათემატიკოსის და ინფორმატიკის სპეციალისტის სახელი.

მეთოდის არსი შემდეგშია. თითოეული ექსპერტის მიერ რანგების მიხედვით დალაგებული პროექტები ითვლება მის გადაწყვეტილებად, რომელიც წარმოადგენს ვექტორს. გამოსათვლელია r_{ij} სიდიდე, რომელიც არის მანძილი i და j ექსპერტების გადაწყვეტილებებს შორის, ანუ გამოითვლება ორ ვექტორს შორის მანძილი. ასეთი მანძილის გასათვლელად ხშირად იყენებენ *მანხეტენის ნორმას*, რომელიც წარმოადგენს i და j ექსპერტების გადაწყვეტილებების კოორდინატებს შორის სხვაობათა მოდულების ჯამს:

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n |E_{iP_k} - E_{jP_k}| \quad (4)$$

აქ – $i, j=1...m$, სადაც m ექსპერტების რაოდენობაა, ხოლო $k=1...n$, სადაც n პროექტების რაოდენობაა.

მანხეტენის ნორმის მიხედვით, შესაბამისად, მანძილი ეს არის ორი ექსპერტის გადაწყვეტილებათა სხვაობათა (აბსოლუტური სიდიდეების) ჯამი თითოეული პროექტისთვის. მანხეტენის ნორმის საფუძველზე გამოითვლება R_i მნიშვნელობები – მანძილი i ექსპერტიდან ყველა დანარჩენ ექსპერტებამდე, როგორც მანძილების ჯამი ამ ექსპერტის და დანარჩენი ექსპერტების გადაწყვეტილებებს შორის.

$$R_i = \sum_{k=1}^n r_{ik} \quad (5)$$

საბოლოოდ, ვიპოვოთ ამ რიცხვებიდან უმცირესი მნიშვნელობა – $\min\{R_i\}$ და მიღებული სიდიდის შესაბამისი ექსპერტის გადაწყვეტილება იქნება ყველაზე საშუალო ანუ მედიანა, რომელიც გამოცხადდება ექსპერტიზის საბოლოო შედეგად.

წარმოდგენილი მეთოდის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია წარმოდგენილი იქნება მრავალწახნაგას სახით, სადაც ერთი რომელიმე ექსპერტის გადაწყვეტილება განლაგებული იქნება მრავალწახნაგას ცენტრში. მრავალწახნაგას წვეროები წარ-

მოდგენენ სხვა ცალკეული ექსპერტების გადაწყვეტილებებს, ხოლო წიბოები – ექსპერტთა გადაწყვეტილებებს შორის მანძილებს. როგორც ცნობილია ცენტრი – ეს არის ადგილი, რომელიც ყველაზე მეტადაა ერთდროულად მიახლოებული ფიგურის ყველა წვეროსთან.

მაგალითისთვის გამოვიყენოთ ცხრილი 5-ს მონაცემები. როგორც ამ ცხრილიდან ჩანს E_1 ექსპერტის გადაწყვეტილებაა (1,5, 4, 1,5, 5, 3), E_2 -ის – (2, 5, 3, 4, 1) და ა.შ. ამ მონაცემების საფუძველზე გამოვითვალოთ r_{ij} (4) ფორმულის მიხედვით და ცხრილი 5-ს მონაცემების გამოყენებით მივიღებთ:

$$\begin{aligned} r_{12} &= |1.5 - 2| + |4 - 5| + |1.5 - 3| + |5 - 4| + |3 - 1| = 0.5 + 1 + 1.5 + 1 + 2 = 6; \\ r_{13} &= |1.5 - 2| + |4 - 4| + |1.5 - 1| + |5 - 5| + |3 - 3| = 0.5 + 0 + 0.5 + 0 + 0 = 1; \\ r_{17} &= |1.5 - 3| + |4 - 5| + |1.5 - 2| + |5 - 4| + |3 - 1| = 1.5 + 1 + 0.5 + 1 + 2 = 6; \\ r_{21} &= r_{12}, \quad r_{22} = 0 \\ r_{23} &= |2 - 2| + |5 - 4| + |3 - 1| + |4 - 5| + |1 - 3| = 0 + 1 + 2 + 1 + 2 = 6; \end{aligned}$$

და ა.შ.

მიღებული მნიშვნელობების შედეგად, r_{ij} სიდიდეები მოვათავსოთ მანძილების მატრიცაში (ცხრილი 6). შემდეგ გამოვთვალოდ R_i მნიშვნელობები და ცხრილი 6-ს ბოლო სვეტში ჩავწეროთ

თითოეული სტრიქონის მანძილების ჯამი ($R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7$), რაც მოგვცემს იმის საშუალებას, რომ ვიპოვოთ ამ რიცხვებიდან უმცირესი – $\min\{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7\}$.

ცხრილი 6

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	R_i
E_1	0	6	1	5	5	6	6	29
E_2	6	0	6	2	3	2	2	21
E_3	1	6	0	6	5	6	6	30
E_4	5	2	6	0	5	4	4	26
E_5	5	3	5	5	0	1	1	20
E_6	6	2	6	4	1	0	0	19
E_7	6	2	6	4	1	0	0	19

როგორც ცხრილიდან ჩანს R_i ყველაზე მინიმალური მნიშვნელობა იქნება:

$$\min\{29, 21, 30, 26, 20, 19, 19\} = 19$$

რაც წარმოადგენს E_6 და E_7 ექსპერტების შეფასებას (3, 5, 2, 4, 1) (ცხრილი 5). მაშასადამე კემენის მედიანა იქნება: 3, 5, 2, 4, 1 და წარმოდ-

გენილი მეთოდოლოგიის თანახმად პროექტების რანჟირება იქნება:

$$P_5 < P_3 < P_1 < P_4 < P_2$$

თუ შევადარებთ მიღებულ შედეგს (3) რანჟირებასთან, მაშინ პროექტების საბოლოო რანჟირება ორივე მეთოდის გათვალისწინებით დალაგდება შემდეგნაირად:

$$P_5 < P_3 < P_1 < P_4 < P_2 \quad (6)$$

წარმოებული გათვლების შედეგად შესაძლებელია დავასკნათ, რომ საუკეთესო პროექტად

ჩაითვლება P_5 პროექტი, მეორე ადგილზე იქნება P_3 პროექტი, მესამეზე - P_1 პროექტი, მეოთხეზე - P_4 პროექტი და ბოლო ადგილზეა P_2 პროექტი.

TEMUR TATARASHVILI
MANANA TAVKHELIDZE

MEDIANA METHODS FOR EXPERTISE OF ECOLOGICALLY-ORIENTED TOWN BUILDING PROJECTS

summary

When discussing the present problems of contemporary town building, numerous parameters determining town building optimality with consideration of different objective functions should be taken into account. As a rule, in order to realize one and the same town building object one or several projects are developed, their qualitative and quantitative estimation being the main task of town building projects management. This work presents two Mediana and J. Kemen's mediana methods for projects evaluation and expertise; their using allows successful realization of evaluation and correction of the presented project and choosing the best from the variety of projects, which will absolutely satisfy the town building act accepted by legal structures and other criteria determining ecological and other requirements, as well.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. სალუქვაძე გ., ქალაქმშენებლობითი ეკოლოგია. სტუ., თბ., 2007, 146 გვ.
2. Орлов А.И., Экспертные оценки. Учебное пособие. Москва: 2002.
3. Орлов А.И., Эконометрика. Учебное пособие. - М.: Изд-во "Экзамен", 2002.
4. სალუქვაძე გ., თათარიშვილი თ., თავხელიძე მ. ეკოლოგიურად ორიენტირებული საინვესტიციო ქალაქმშენებლობის პროექტების ანალიზი და ექსპერტიზა.