

მეცნიერული სწავლების მეთოდები და მეთოდოლოგიები

ბრაზილიაში ეკონომიკაში

ნოდარ გარამაშვილი,

ფიზიკა-მათემატიკის აკადემიური დოქტორი

XX

ეკონომიკური ანალიზი ჩვენ შეგვიძლია ჩავატაროთ უფრო ზუსტად, როდესაც ვიყენებთ მათემატიკას. მათემატიკის გამოყენება აძლევს ეკონომიკურ თეორიას წინსვლის საშუალებას და უზრუნველყოფს ეკონომიკაში გამოთვლითი მოდელების შემუშავების საფუძვლებს. უამრავი დაკვირვება და კვლევა გვიჩვენებს, რომ სხვადასხვა სიდიდეები ერთმანეთისაგან იზოლირებულად არ არსებობენ. ისინი ერთმანეთთან გარკვეულ კავშირში არიან. ფუნქციის, ფუნქციონალური დამოკიდებულების საშუალებით ხდება სხვადასხვა სიდიდეებს შორის ურთიერთკავშირის მოდელირება. ფუნქციის ცნება საწყისი ცნებების რიცხვს ეკუთვნის და ამიტომ ის არ განისაზღვრება. ფუნქციონალური კავშირი x და y სიდიდეებს შორის გამოისახება ასე: $y=f(x)$, სადაც x – არგუმენტია (დამოუკიდებელი ცვლადი), ხოლო y – ფუნქცია (დამოკიდებული ცვლადი).

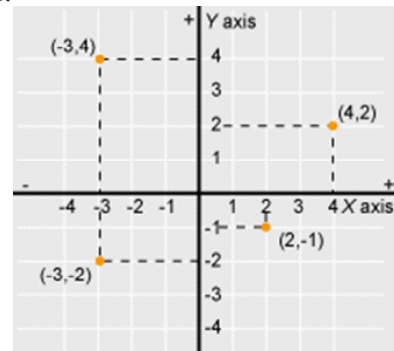
ბევრი ცვლადები, რომლებსაც ეკონომისტები სწავლობენ, შეიძლება რიცხვებით გამოისახოს: მანდარინის ფასები, გაყიდული მანდარინის რაოდენობა, მანდარინის მოყვანის დანახარჯები და ა. შ. ეს ეკონომიკური ცვლადები ზმირად ერთმანეთზე დამოკიდებული. როდესაც იზრდება მანდარინის ფასები მცირდება მათი გაყიდვა. ურთიერთკავშირის ასახვის ერთ-ერთი საშუალებაა გრაფიკების აგება.

გრაფიკების აგებას ორი მიზანი აქვს. ჯერ ერთი ეკონომიკური თეორიის დამუშავების პროცესში გრაფიკები გვაძლევს იდეის ვიზუალური გამოსახვის საშუალებას, რაც ნაკლებად გასაგები იქნებოდა მხოლოდ სიტყვების საშუალებით. გარდა ამისა ეკონომიკური მონაცემების ანალიზისას გრაფიკები იძლევიან ეკონომიკური ცვლადების დამოკიდებულების განსაზღვრის საშუალებას. თანამედროვე მეცნიერების წარმოდგენა შეუძლებელია გრაფიკების გამოყენების გარეშე. ისინი იქცნენ სამეცნიერო ურთიერთობის საშუალებად.

შემოვიტანოთ სიბრტყეზე მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის ცნება. ამისათვის ავიღოთ ორი ურთიერთმართობი რიცხვითი ღერძი (საკოორდინატო ღერძები) საერთო საწყისი წერტილით (ნახ.1). მართკუთხა საკოორდინატო სისტემა არის ყველაზე გავრცელებული მეთოდი ორ ცვლადს შორის ურთიერთობის საჩვენებლად. საკოორდინატო სისტემაში თითოეული წერტილი შეიძლება აღვწეროთ ორი რიცხვის საშუალებით, რომლებსაც ამ წერტილის კოორდინატებს უწოდებენ. კოორდინატები შეიძლება იყოს როგორც დადებითი ასევე უარყოფითი, იმის მიხედვით, თუ ღერძების

მიმართ რა მდებარეობა აქვს წერტილს. ჰორიზონტალური ხაზი არის X -ღერძი და ვერტიკალური ხაზი Y -ღერძი. წერტილი, სადაც ჰორიზონტალური და ვერტიკალური ღერძი იკვეთება ეწოდება საწყისი წერტილი.

მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის გამოყენებით ფუნქციები შეიძლება თვალსაჩინოთ გამოვსახოთ გრაფიკების საშუალებით.



ნახ.1. მართკუთხა საკოორდინატო სისტემა

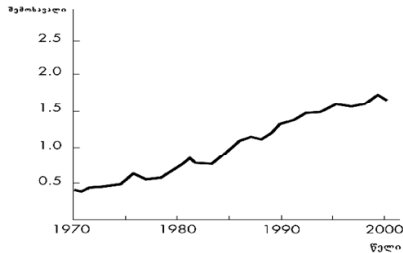
გრაფიკები ორ მიზანს ემსახურება. პირველ რიგში, გრაფიკები ეკონომიკური იდეების ვიზუალური გამოსატვის გზას გვთავაზობენ. ამას გარდა, როდესაც ეკონომიკურ მონაცემებს ვაანალიზებთ, გრაფიკები გვეხმარებიან იმის გაგებაში, თუ როგორაა ცვლადები ერთმანეთთან დაკავშირებული რეალურ ცხოვრებაში.

ეკონომიკის შესავალში შეისწავლება დამოკიდებულება ღირებულების სხვადასხვა მრუდებს შორის, როგორიცაა საშუალო ცვლადი ღირებულება, საერთო ღირებულება და ზღვრული დანახარჯები. მათემატიკა ამ დამოკიდებულებას უფრო ცხადს ხდის. მათემატიკა გამოიყენება ფინანსური პროცესების მოდელირებისათვის, და ეს საშუალებას გვაძლევს ვაჩვენოთ, როგორ შეიძლება ოპტიმიზაციის მიღწევა გარკვეული შეზღუდვების პირობებში. გრაფიკები ეკონომიკაში ზმირად გამოიყენება კონცეფციების ვიზუალური ფორმით ასახვისათვის. ეკონომიკის საბაზისო დონეზე ხდება გრაფიკების ინტენსიური გამოყენება, ამიტომ მნიშვნელოვანია იმის გაგება, თუ როგორ უნდა წაიკითხოთ ისინი. ეკონომიკაში გრაფიკები ზმირად გამოიყენება რათა აჩვენოს დამოკიდებულება ორ ცნებას შორის, როგორიცაა ვთქვათ, ფასი და რაოდენობა. გრაფიკზე მასშტაბის ჰორიზონტალური ხაზი X -ღერძია, ვერტიკალური Y -ღერძი და ორი მასშტაბის ხაზების გადაკვეთა წარმოადგენს საწყის

წერტილს. გრაფიკი, სტატიის ტექსტის მსგავსად, იკითხება მარცხნიდან მარჯვნივ. ზოგადად პორიზონტალურ ღერძზე გადაზომილ ცვლადს ჩვენ წარმოვიდგენთ ვერტიკალურ ღერძზე გადაზომილი ცვლადის ცვლილების მიზეზად.

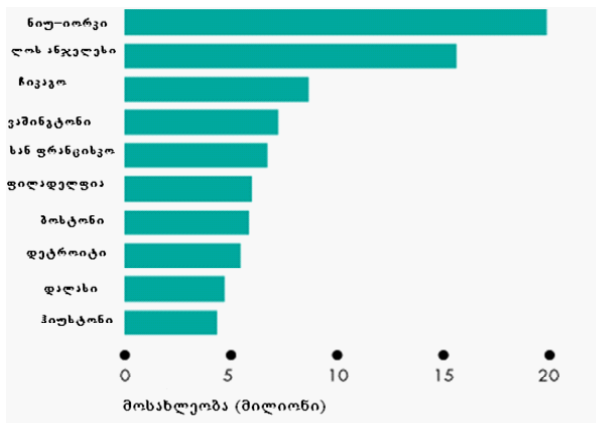
ეკონომიკური გრაფიკები სამი ძირითადი ტიპის არიან:

დროითი სერიების გრაფიკები გვიჩვენებს დამოკიდებულებას დროსა, რომელიც გადაიზომება X-ღერძზე, და სხვა ცვლადს შორის, რომელიც გადაიზომება Y-ღერძზე. დროითი სერიების გრაფიკები გვიჩვენებს ცვლადის სიდიდეს, ცვლილების მიმართულებას და სიჩქარეს და ზრდის ან შემცირების ზოგად ტენდენციას.



ნახ.2. დროითი სერიების გრაფიკი

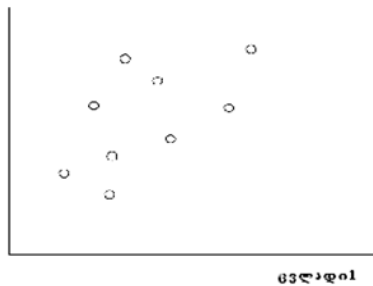
ძელური გრაფიკები გვიჩვენებს ცვლადის მნიშვნელობას მოსახლეობის სხვადასხვა ჯგუფებისათვის დროის გარკვეულ მომენტში.



ნახ.3. ძელური გრაფიკი

წერტილოვან დიაგრამებში აგებულია ერთი ცვლადის მნიშვნელობა მეორე ცვლადის მიმართ, რათა გვიჩვენოს კავშირი ორ ცვლადს შორის. ასეთი დამოკიდებულება გვიჩვენებს ცვლადებს შორის კორელაციას.

მუშაობა



ნახ.4. წერტილოვანი დიაგრამა

ზემოთ წარმოდგენილი გრაფიკები ნაკლებინფორმაციულია, რადგან მათ მიერ მოწოდებული ინფორმაცია მხოლოდ

ერთ ცვლადს შეეხება. ეკონომისტებს ხშირად სჭირდებათ ცვლადებს შორის ურთიერთქმედების გაანალიზება. ამისათვის საჭიროა ერთ გრაფიკზე ორი ცვლადის ჩვენება.

ეკონომიკაში პოპულარულია წრფივი ფუნქციები. მათი დამუშავება მათემატიკურად ძალზედ ადვილია. მათ ბევრი მნიშვნელოვანი გამოყენება აქვთ.

წრფივი ფუნქციის გრაფიკი წარმოადგენს წრფეს (ნახ.5).

წრფივ ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე: $Y=f(x)=mx+c$

წრფივ ფუნქციას აქვს აქვს ერთი დამოკიდებული (x) და ერთი დამოკიდებული (y) ცვლადი.

წრფივი ფუნქციის გრაფიკის ასაგებად საჭიროა:

1. ვიპოვოთ ორი წერტილი რომლებიც აკმაყოფილებენ განტოლებას;

2. გავავლოთ ამ ორ წერტილზე წრფე.

ექსპონენციალური ფუნქცია ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ფუნქციაა მათემატიკაში (ნახ.5). X ცვლადისათვის ეს ფუნქცია ჩაიწერება ასე $exp(x)$ ან e^x , სადაც $e \approx 2.718281828$ და ცნობილია ეილერის რიცხვის სახელწოდებით. აქ e ჰქვია ფუძე ხოლო x მაჩვენებელი.

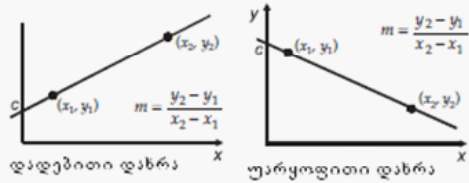
კვადრატულ ფუნქციას აქვს სახე $y = ax^2 + bx + c$, სადაც a, b და c რიცხვებია და a არ შეიძლება იყოს 0-ს ტოლი.

კვადრატული ფუნქციის გრაფიკს ჰქვია პარაბოლა (ნახ.5). პარაბოლა შეიცავს წერტილს რომელსაც ჰქვია ვერტექსი (პარაბოლას წვერო). პარაბოლა შეიძლება გახსნილი იყოს ზემოთ (თუ a დადებითია) ან ქვემოთ (თუ a უარყოფითია).

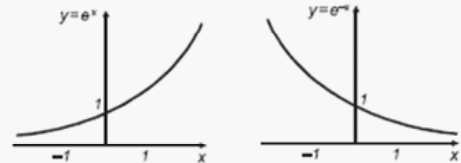
თუ პარაბოლა ზემოთაა გახსნილი ვერტექსი უმცირესი მნიშვნელობაა. მას ჰქვია მინიმუმი.

თუ პარაბოლა ქვემოთაა გახსნილი ვერტექსი უდიდესი მნიშვნელობაა. მას ჰქვია მაქსიმუმი.

წრფივი $y = mx + c$



ექსპონენციალური ფუნქციები



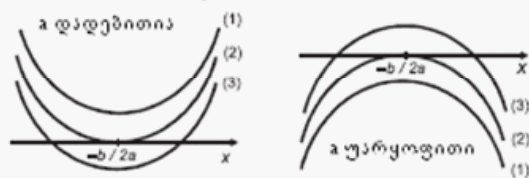
გრაფიკი $y = e^x$

ექსპონენციალური ზრდა

გრაფიკი $y = e^{-x}$

ექსპონენციალური ვლდება

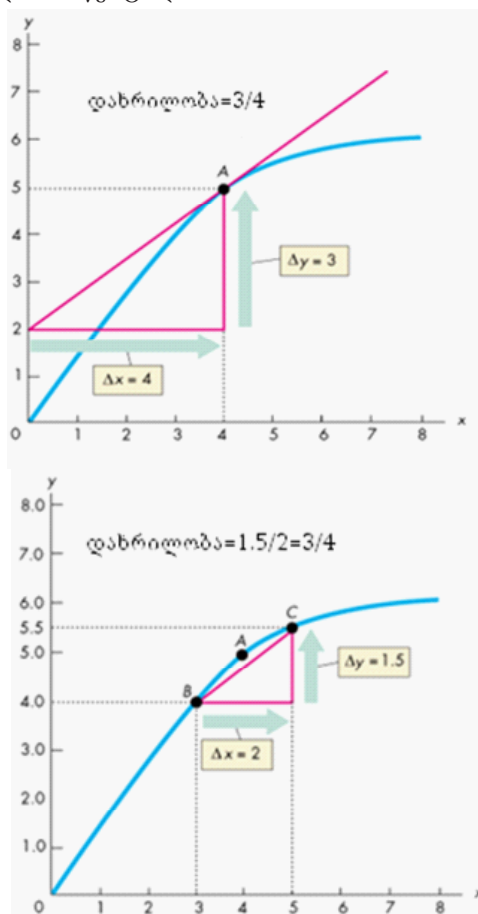
$y = ax^2 + bx + c$ კვადრატული ფუნქციები



(1) $b^2 - 4ac < 0$; (2) $b^2 - 4ac = 0$; (3) $b^2 - 4ac > 0$

ნახ.5. წრფივი, ექსპონენციალური და კვადრატული ფუნქციების გრაფიკები

ამიტომ მოცემულ წერტილში მრუდის დახრის კუთხის განსაზღვრად უნდა გამოვთვალოთ კუთხე მოცემულ წერტილში გავლებულ მხებსა და აბსცისათა (x) ღერძს შორის. მოცემულ გრაფიკზე (ნახ. 8a) გამოითვლება მრუდის დახრილობა A წერტილში.



ნახ. 8. მრუდის დახრილობის გამოთვლა წერტილში (a) და რკალის გასწვრივ (b)

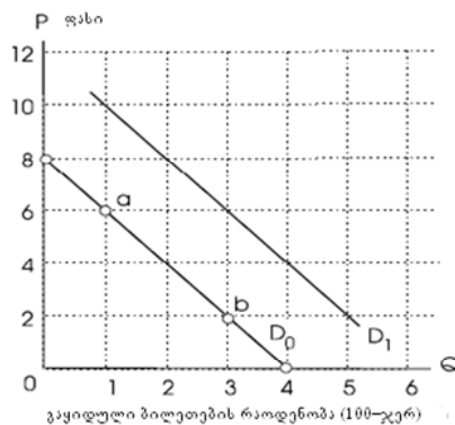
დახრილობა რკალის გასწვრივ:

რკალის გასწვრივ მრუდის საშუალო დახრილობის გამოსათვლელად ამ რკალის ბოლო წერტილებზე უნდა გავავლოთ წრფე და განვსაზღვროთ მისი დახრილობა. მოცემულ მრუდზე (ნახ. 8b) გამოითვლება მრუდის საშუალო დახრილობა BC რკალის გასწვრივ.

ორზე მეტ ცვლადს შორის დამოკიდებულების გრაფიკის აგება:

ორზე მეტ ცვლადს შორის დამოკიდებულების გრაფიკი შეიძლება ავაგოთ თუ ყველა ცვლადს ორის გარდა მივიჩნიეთ მუდმივებად და ავაგებთ დამოკიდებულების გრაფიკს ამ ორს შორის. ამ მეთოდს უწოდებენ *ceteris paribus* პრინციპს.

ნახ. 9-ზე D_0 მრუდი გვიჩვენებს დამოკიდებულებას კინოს ბილეთების ფასსა და გაყიდული ბილეთების რაოდენობას შორის. როდესაც ფასი 8 ლარია ბილეთი არავის უნდა, ხოლო უფასო ბილეთების შემთხვევაში 400 ადამიანი შევა კინოთეატრში. D_0 მრუდი წარმოადგენს ჩვეულებრივ ფილმს. D_1 მრუდის შემთხვევაში ფილმის ჩვეულებრივობის პირობა შეცვლილია. ის შეიძლება წარმოადგენდეს მოთხოვნას ბილეთებზე, როდესაც ფილმში თამაშობს რომელიმე დიდი მსახიობი.



ნახ. 9. ბილეთის ფასის დამოკიდებულება გაყიდული ბილეთების რაოდენობაზე

ეკონომისტები იყენებენ მათემატიკას რთული პრობლემების ანალიზისათვის. რამდენიმე გრაფიკის გამოყენება ხანდახან საშუალებას გვაძლევს განვიხილოთ საკითხების კომპლექსი, რომლებიც სხვა შემთხვევაში უზარმაზარი სადისკუსიო ცხრილების ერთობლიობა იქნებოდა.

Nodar Varamashvili

GRAPHS IN ECONOMICS

SUMMARY

Graphs plotting have two goals. Firstly in the processing of the economic theories graphs allow us to visualize expression of ideas, which would be less clear with just words. Besides, in analyzing economic data, graphs enable us to determine the relation of the economic variables. The basic graphical imaging tools are considered in the article. The rectangular coordinate system, linear, quadratic, exponential, function of several variables are considered and used. In some cases, the rules of graphs construction and graphic conception of coefficients in formulas of mathematical functions are examined. In this article there is shown some mathematical functions and its graphs which can be used for economic problem modeling and analysis.

ლიტერატურა

1. Walter J. Wessels, Economics, 2000
2. Gregory Mankiw, Principles of economics, 1998
3. Замков О.О., Черемных Ю.А., Толстомятенко А.В., Математические методы в экономике, М., 1999
4. Колесников А.Н., Краткий курс математики для экономистов, М., 1999
5. Vassilis C. Mavron, Timothy N. Phillips, Elements of mathematics for economics and finance, Springer, 2007.
6. ნატროშვილი დ., გიორგაშვილი ლ., ჯამიაშვილი გ., მათემატიკა ეკონომისტებისათვის, თბილისი, გამომცემლობა „ახალი ივირონი“, 2008.