

წრფის ანალიზურ დამოკიდებულებას აქვს შემდეგი სახე:

$$y = -0.33401 + 1.144274x$$

მიღებული კორელაციური კავშირის და დაგროვილი სტატისტიკური მასალის (ნიადაგში და კარტოფილში მძიმე ლითონების შემცველობის) გამოყენებით შეგვიძლია შევქმნათ მათემატიკური მოდელი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს განვსაზღვროთ კარტოფილში სპილენძის მიახლოებითი კონცენტრაცია, ნიადაგში Cu; Zn; Cd და pH-ის ცნობილი მნიშვნელობებით.

როგორც ექსპერიმენტებმა გვიჩვენა, კარტოფილში სპილენძის შემცველობა გარკვეულ წილად დამოკიდებულია სხვა კომპონენტებზე (ნიადაგში სპილენძის, თუთიისა და კადმიუმის შემცველობასა და ნიადაგის pH-ზე). აქედან გამომდინარე შევეცადეთ დაგვედგინა კორელაციური კავშირი ამ სიდიდეებს შორის [4], ამისათვის შემოგვაქვს აღნიშვნები:

- Y- კარტოფილში სპილენძის შემცველობა;
- X₁- ნიადაგში სპილენძის შემცველობა;
- X₂- ნიადაგში თუთიის შემცველობა;
- X₃-ნიადაგში კადმიუმის შემცველობა;
- X₄- ნიადაგის pH;

ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე ვადგენთ ცხრილს 1.

№	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Y	y
1	2050	5420	68.7	7.9	2.7	2.7098
2	231.8	3770	34.6	5.46	1.9	1.9031
3	37.5	186	24.3	7.03	0.65	0.6434
4	3.18	183.9	5.35	7.56	0.21	0.2036
Σ	2322.48	9559.9	132.95	27.95	5.46	5.4599

გსაზღვრავთ ცვლადების საშუალო მნიშვნელობებს. თუ ჩავთვლით Y-ს ფუნქციად, ხოლო X₁; X₂; X₃; და X₄-ს არგუმენტებად, შეგვიძლია დავწეროთ რეგრესიის განტოლება:

$$Y = \bar{Y} + b_1(X_1 - \bar{X}_1) + b_2(X_2 - \bar{X}_2) + b_3(X_3 - \bar{X}_3) + b_4(X_4 - \bar{X}_4)$$

რეგრესიის კოეფიციენტების b₁; b₂; b₃; b₄-ის გამოსათვლელად ვადგენთ წრფივ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{aligned} b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 + b_3 \sum X_1 X_3 + b_4 \sum X_1 X_4 &= \sum X_1 Y \\ b_1 \sum X_2 X_1 + b_2 \sum X_2^2 + b_3 \sum X_2 X_3 + b_4 \sum X_2 X_4 &= \sum X_2 Y \\ b_1 \sum X_3 X_1 + b_2 \sum X_3 X_2 + b_3 \sum X_3^2 + b_4 \sum X_3 X_4 &= \sum X_3 Y \quad (2) \\ b_1 \sum X_4 X_1 + b_2 \sum X_4 X_2 + b_3 \sum X_4 X_3 + b_4 \sum X_4^2 &= \sum X_4 Y \end{aligned}$$

სისტემაში შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით ვღებულობთ:

$$\begin{aligned} b_1 5393913.3504 + b_2 22202676.552 + b_3 308773.716 + b_4 64913.316 &= 12680.7408 \\ b_1 22202676.552 + b_2 91391688.01 + b_3 1270988.705 + b_4 267199.205 &= 52197.054 \end{aligned}$$

განტოლებათა სისტემის ამოხსნით (გაუსის მეთოდით) გსაზღვრავთ:

$$\begin{aligned} b_1 &= -0.00028 \\ b_2 &= 0.0003 \\ b_3 &= 0.02379 \\ b_4 &= 0.00386 \end{aligned}$$

ხოლო რეგრესიის განტოლებაში რეგრესიის კოეფიციენტების ჩასმით ვღებულობთ:

$$\begin{aligned} y_1 &= 1.365 - 0.00028(2050 - 580.62) + 0.0003(5420 - 2389.975) + 0.02379(68.7 - 33.2375) + 0.00386(7.9 - 6.9875) = 2.7098 \\ y_2 &= 1.365 - 0.00028(231.8 - 580.62) + 0.0003(3770 - 2389.975) + 0.02379(34.6 - 33.2375) + 0.00386(5.46 - 6.9875) = 1.9031 \\ y_3 &= 1.365 - 0.00028(37.5 - 580.62) + 0.0003(186 - 2389.975) + 0.02379(24.3 - 33.2375) + 0.00386(7.03 - 6.9875) = 0.6434 \\ y_4 &= 1.365 - 0.00028(3.18 - 580.62) + 0.0003(183.9 - 2389.975) + 0.02379(5.35 - 33.2375) + 0.00386(7.56 - 6.9875) = 0.2036 \end{aligned}$$

ამ განტოლებაში გამოთვლილი Y-ის მნიშვნელობები წარმოადგენილია ცხრილი 1-ის ბოლო სვეტში. კორელაციის კოეფიციენტს გსაზღვრავთ განტოლებით:

$$R^2 = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad 5$$

აქ Y_i და \bar{Y} ექსპერიმენტული მონაცემებია (აიღება ცხრილი 1-დან), ხოლო \bar{y} და y_i რეგრესიის განტოლების ამოხსნით მიღებული მნიშვნელობები. განტოლება (5) ამოხსნით ვღებულობთ R=0,9 რაც მეტყველებს მაღალ კორელაციურ დამოკიდებულებაზე ამ მაჩვენებლებს შორის.

შესრულებული კვლევითი სამუშაო და აგებული მათემატიკური მოდელი საშუალებას იძლევა ნიადაგის ცნობილი pH-ისა და Cu; Zn; Cd-ის კონცენტრაციის შემთხვევაში განვსაზღვროთ კარტოფილში სპილენძის მიახლოებითი კონცენტრაცია. გარდა ამისა მიღებული კორელაციური დამოკიდებულება კარტოფილში Zn და Cu შორის საშუალებას გვაძლევს სპილენძის ცნობილი კონცენტრაციის დროს თეორიულად განვსაზღვროთ მასში თუთიის კონცენტრაცია ან პირიქით, თუთიის ცნობილი კონცენტრაციის დროს თეორიულად განვსაზღვროთ სპილენძის კონცენტრაცია.

ლიტერატურა:

1. Ильин, В.Б. Тяжелые металлы системе: почва — растение / Новосибирск, Наука, 1991.
2. ი. ქავთარაძე, გ. ავჭოფაშვილი, ე. შენგელია, ლ. გვასალია. ბოლნისის რაიონის ზოგიერთ სისტემაში მძიმე ლითონების შემცველობის მონიტორინგი. /საერთაშორისო სამეცნიერო-პრაქტიკული კონფერენცია აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, 06.2011.
3. 4. Батунер М. М., Позин М.Е. Математические методы в химической технике М.1971