

მათემატიკის მოდელირების მეთოდების გამოყენება გარემოს ღაცვის ამოცანების გადასაწყვეტად

დოქტორი აბიანტი, ფიზიკა-მათემატიკის აკადემიური დოქტორი
გოდერძი ტაბატაძე, სტუ-ს სრული პროფესორი
ნანა ხუნდაძე, სტუ-ს სრული პროფესორი
თამარ მესხიშვილი, პროფესორი

XX

ჯერ კიდევ უხსოვარი დროიდან ბუნების მკვლევარები ინტერესდებოდნენ მათი გარემომცველი ფიზიკური სამყაროთი, კერძოდ, ადამიანისა და გარემოს ურთიერთქმედებით. ბუნების დაცვისა და გაჯანსაღების, მისი რესურსების რაციონალურად გამოყენების მეცნიერულ ღონისძიებათა შემუშავება თანამედროვეობის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა. თანამედროვე ეტაპზე სიტყვა ეკოლოგია გახდა პოპულარული, ესაა მეცნიერება, რომელიც სწავლობს ცოცხალი ორგანიზმებისა და ბუნების ურთიერთკავშირებს. /1/

ეკოლოგიის პრობლემაში მოიაზრება ბუნებრივ მეცნიერული და სოციალური პრობლემების კავშირები. მეცნიერების ამოცანაა – შეისწავლოს ეს კავშირები რეალურ სინამდვილეში. ამიტომაც, ეკოლოგიური პრობლემატიკა ასე საინტერესო ჩვენთვის და ექსპერიმენტებისა და სისტემური პროფესიონალიზმის გარეშე მისი გადაწყვეტა შეუძლებელია.

გარემოს პრობლემების გაგება გვარწმუნებს, რომ ადამიანთა საზოგადოების განვითარების ტრადიციული მიმდინარეობა წინააღმდეგობაში მოდის ბუნებაში მიმდინარე ცვლილებებთან. ეკოლოგიური კვლევების ძირითადი ამოცანა მდგომარეობს ცოცხალ ორგანიზმებსა და გარემოს ურთიერთობების რაოდენობრივ მახასიათებლების შესახებ ინფორმაციის შეგროვებაში, სისტემატიზაციასა და ანალიზში. მისი მიზანია ისეთი შედეგების მიღება, როგორიცაა ეკოსისტემების ხარისხის შესწავლა (მათი ადამიანის მიერ გამოყენების შესაძლებლობის თვალსაზრისით), მასზე უარყოფითად მოქმედი ფაქტორების გამოვლენა, ეკოსისტემის მდგრადობის და გარემოს ცვლილებებისა და მასზე დატვირთვის შესაძლებლობების პროგნოზი.

ამ სტატიაში გადმოცემულია მათემატიკოსების მიდგომა ეკოლოგიის მიმართ, მის პრობლემებზე, მათ უნარზე – გამოიყენონ ცოდნა ამ პრობლემების გადასაჭრელად. თუმცა, უნდა აღინიშნოს, რომ მარტო მათემატიკური ცოდნა საკმარისი არ არის გარემოს დაცვის ამა თუ იმ ამოცანის გადასაწყვეტად. საჭიროა აგრეთვე ამოსავალი ამოცანის გადაყვანა მათემატიკურ ენაზე. სწორედ ამაშია მათემატიკური მოდელის ხელოვნების დაუფლების პრობლემა.

მათემატიკური მოდელის აგების ზოგადი წესები მდგომარეობს შემდეგში. /2/

პრაქტიკაში ამოსავალ პუნქტად გვევლინება რომელიღაც ემპირიული სიტუაცია, რომელიც მკვლევარების წინაშე აყენებს „ამოცანას“, რომელზეც საჭიროა „პასუხის“ პოვნა, პირველ რიგში საჭიროა გარკვევა თუ რაში მდგომარეობს ეს „ამოცანა“. ეს შენიშვნა დაკავშირებულია იმასთან, რომ რეალური სიტუაციები იშვიათად არიან გამოკვეთილნი, ხოლო რთული ურთიერთობები გარემოსთან განაპირობებს სიტუაციების ზუსტი აღწერილობის სირთულეს. „ამოცანის“ დასმის პროცესი, ხშირად ხანგრძლივადიანია და მოითხოვს ბევრ ისეთ ცოდნას, რომელთაც კავშირი არა აქვთ მათემატიკასთან (მაგალითად, საუბრები ამ სფეროში მომუშავე კოლეგებთან, ეკოლოგიის გარშემო ლიტერატურის კითხვა, რომლებიც მათემატიკური მოდელირების მნიშვნელოვან ელემენტად გვევლინება.)

ხშირად ამოცანის დასმის სტადიის პარალელურად მიმდინარეობს მოვლენათა ძირითადი და არსებითი თავისებურებების გამოვლენის პროცესი. კერძოდ, ეკოლოგიური მოვლენებისათვის იდეალიზაციის ეს პროცესი გადამწყვეტ როლს ასრულებს, რამდენადაც რეალურ მოვლენებში მონაწილეობს უკიდურესად რთული, მრავალი პროცესი.

მას შემდეგ, რაც არსებითი ფაქტორები გამოვლენილია, შემდეგი ნაბიჯია ამ ფაქტორების გადაყვანა მათემატიკურ ენაზე. როგორც წესი, ეს მათემატიკური მოდელირების პროცესის ყველაზე ძნელი სტადიაა.

მოდელის აგების შემდეგ იგი უნდა შემოწმდეს; მოდელში ფორმულირებული ტოლობები ან სხვა მათემატიკური ფარდობები, მუდმივად უნდა შეაპირდეს ამოსავალ სიტუაციებთან.

მათემატიკოსების შრომა არ მთავრდება იმ მომენტში, როდესაც მრავალრიცხოვანი მათემატიკური მანიპულაციებით მიიღება ან ფორმულა ან სხვა შედეგი. მათ მოუწევთ ამ შედეგების უკუგადაყვანა მათემატიკური ენიდან ამოსავალი ამოცანის ფორმულირების ენაზე.

ახლა განვიხილოთ მოდელირების გამოყენების მაგალითი გარემოს დაცვის საკითხთან დაკავშირებით.

გარემოს დაცვის პრობლემა მკვლევარებისაგან

მოითხოვს ეკოსისტემების შესწავლას. ეკოსისტემების შესწავლის ამოცანა განიხილება როგორც ერთიანი მთლიანისა, რაც დამახასიათებელია ე.წ. სისტემური მიდგომისათვის. /3/

ამ მიდგომის არსი გულისხმობს სისტემის საერთო სტრუქტურის განსაზღვრას ამ სისტემის ელემენტებს შორის და თვით სისტემის გარემოსთან ურთიერთქმედების ორგანიზაციას.

გარემოს სისტემური ანალიზის ნებისმიერი მეთოდის დროს გამოიყენება გარემოს მათემატიკური აღწერილობა.

მათემატიკური მოდელის აგება ცენტრალური ეტაპია გარემოს კვლევაში (ან დაპროექტებაში). მოდელის ხარისხზე დამოკიდებულია მთელი შემდგომი ანალიზის ბედი.

განვიხილოთ ეკოლოგიური სისტემის ფორმალური ხაზის მათემატიკური სქემა, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში.

ეკოლოგიური სისტემის ფუნქციონირების პროცესის შესწავლის საფუძველზე წარმოებს მისი, როგორც მართვის ობიექტის აღწერა. სისტემის ქცევის მოდელირებისათვის შეიძლება შევარჩიოთ ისეთი პარამეტრები, როგორიცაა: $x(t)$ -გამომავალი სიდიდეები (მართული პარამეტრები); $u(t)$ -მმართველი პარამეტრები (ჩვენს მიერ შერჩეული ზემოქმედება პროცესებზე); $\theta(t)$ -პროცესზე შემაფოთებლად მოქმედი სიდიდეები (ჩვენგან დამოუკიდებელი). მმართველი და შემაფოთებელი ზემოქმედება მიეკუთვნება შემავალ სიდიდეებს.

ეკოსისტემის მართვის მიზანია როგორც გარემოს სათანადო ხარისხის უზრუნველყოფა და მოსახლეობის ცხოვრების დონის ამაღლება, ასევე ბიოჰეივის შემოსავლების ფორმირება. ამიტომ, ბუნებრივია, რომ მოდელირების დროს ეს პარამეტრები განიხილება როგორც გამომავალი პარამეტრები.

ეკოსისტემის მართვა ხორციელდება როგორც მისი სანედლეულო ბაზაზე, ასევე შიდა და გარე ინვესტიციებზე დაყრდნობით. თუ გავითვალისწინებთ, რომ საქართველო ჯერჯერობით ეკონომიკურ კრიზისში იმყოფება, მართვისას შეიძლება შემოვიფარგლოთ მხოლოდ ინვესტიციებით. (ქვეყნის სანედლეულო ბაზა მაინც დამაკმაყოფილებელია. ზოგიერთი ექსპერტის შეფასებით მისი საბაზრო ღირებულება 90 მლრდ აშშ დოლარს აჭარბებს).

გარემოზე მოქმედი შემოფოთებები იყოფა ბუნებრივ და ანთროპოგენურად. ბუნებრივს მიეკუთვნება ყველა ის ზემოქმედება, რაც გამოწვეულია არა ადამიანის საქმიანობით (მიწისძვრები, ხანძრები, ჭექა-ქუხილისაგან, ვულკანების ამოფრქვევები და

ა.შ.). ანთროპოგენური (ტექნოგენური) ზემოქმედებები იყოფა წინასწარგანზრახულ (ტექნოლოგიით გათვალისწინებული-მოხმარება და გამოტყორცნები) და არაწინასწარგანზრახულ საწარმოთა ზემოქმედების შედეგად.

საბოლოოდ, ისმის კითხვა შემავლებისა და გამომავლების მათემატიკური დამოკიდებულების, როგორც ოპერატორის, $\Phi \in \{ u(t) \times \theta(t) \rightarrow x(t) \}$ შესახებ, რომელიც ხშირად გვევლინება დიფერენციალურ ოპერატორად. ჩვეულებრივად ოპერატორ Φ -ს უწოდებენ მათემატიკურ მოდელს.

მიღებული დაშვებისას ეკონომიკური სისტემა აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით

$$\frac{dx}{dt} = f[t, x(t), u(t), \theta(t)] \quad (1)$$

სადაც t -არის დრო, $x(t)$, $u(t)$ და $\theta(t)$ - შესაბამისად სამ - ერთ და k -განზომილებიანი ვექტორები; k - შემაფოთებელი ზემოქმედების რიცხოვნობა; f - ნამდვილი ვექტორული ფუნქცია.

მოდელი (1)-ის გამოყენება ეკოლოგიური სისტემის უსაფრთხოებასთან დაკავშირებული პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად. იმის გამო, რომ ფორმულა (1)-ის მარჯვენა ნაწილში შედის შემოფოთებები, $x(t)$ -შემთხვევითი სიდიდეა. ამიტომ მართვის ამოცანა წყდება მისი დაყოფით ორ ამოცანად: შემოფოთების შეფასების ამოცანად (პარამეტრული იდენტიფიკაცია) და ეკოლოგიური სისტემის ოპტიმალური მართვის ამოცანად.

ასეთი დაყოფა ხარისხობრივად გასაგებია, რამდენადაც თავიდან საჭიროა განისაზღვროს სისტემის მოქმედება, ამ მოქმედების შემცველი მმართველობითი ზემოქმედების გამოთვლამდე.

შემაფოთებელი ზემოქმედების შეფასების მეთოდიკა განუსაზღვრელობების პირობებში განხილულია /4/-ში. შემოთავაზებული მეთოდი საშუალებას იძლევა მივიღოთ ადაპტირებული ალგორითმები შემაფოთებელი ზემოქმედების შესაფასებლად, რომელზეც ინფორმაცია მთლიანად ან ნაწილობრივ არ არსებობს. ამასთან, შეფასებები წარმოებს დინამიკური მახასიათებლების - მათემატიკური მოდელირების და დისპერსიის მიხედვით.

ეს მახასიათებლები საშუალებას იძლევა შევარჩიოთ ყველაზე ეფექტური გზა ეკოლოგიური სისტემის სამართავად. იდენტიფიკაციის ამოცანის გადაწყვეტისას მიღებული შეფასებები შეიყვანება მართვის ალგორითმში მართვის სტრატეგიის ჩამოსაყალიბებლად შიგა და გარე აღმოფოთებების კომპენსაციის მიზნით. ამრიგად, მმართველი სისტემა

შეიძლება ვაიბულოთ იმოქმედოს სასურველი სახით.

გამოვსახოთ ეს კონკრეტული მაგალითით. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ ეკოსისტემა დამოკიდებულია მხოლოდ ერთ შემაშფოთებელზე, რომლის დინამიკური მახასიათებლები (დროის მომენტში $t \equiv n$) აღვნიშნოთ $m(n)$ -ით და $D(n)$ -ით დავუშვათ, რომ რეგულირებადი კოორდინატა აღვნიშნოთ $x_2^*(n)$ -ით (მოსახლეობის სიცოცხლის ხანგრძლივობა).

$t \equiv n$ დროის მომენტში წარმოქმნილი დანახარჯები მოცემულია ფუნქციით

$$g[\sigma(n), u(n)] = M \{ [x_2(n) - x_2^*(n)]^2 / \sigma(n) \},$$

სადაც $\sigma_n = (m(n), D(n))$ აქ M -არის მათემატიკური მოლოდინის სიმბოლო. თუმცა, რამდენადაც $g(\sigma_n, u_n)$ (არაუარყოფითი) ფუნქციაა, მისი მინიმუმის საპოვნელად საკმარისია შესრულდეს პირობა $g(\sigma_n, u_n) = 0$, საიდანაც მარტივი გარდაქმნებით ვღებულობთ

$$u(n) = \frac{x_2^*(n)}{a(n) + b(n)m(n)}$$

სადაც $a(n)$ და $b(n)$ – არის პროპორციულობის კოეფიციენტები.

მართვის მიღებული ალგორითმი უზრუნველყოფს ეკოსისტემის უსაფრთხო ფუნქციონირებას.

ამრიგად, მოცემულ სტატიაში განხილულია მათემატიკის შესაძლებლობები მოახდინონ გავლენა ეკოლოგიურ პროცესებზე. ამასთან ერთად, ნაშრომის მიზანი მთლიანად იქნება გამართლებული, თუ ეკონომიკის სხვადასხვა დარგის სპეციალისტები, რომლებიც მოწოდებულნი არიან გადაწყვიტონ გარემოს დაცვის ამოცანები, შეძლებენ უკეთ გაიგონ ადამიანების ზემოქმედების მექანიზმი გარემოზე და გაითვალისწინონ იგი თავიანთ პრაქტიკულ საქმიანობაში.

ლიტერატურა:

1. პარმენ ლემონჯავა გარემოს დაცვისა და ბუნების გამოყენების აქტუალური ეკონომიკური პოლიტიკა, თბილისი, 2008წ.
2. Математическое моделирование /Пер. с англ. Под ред Ю. П. Гупало.-М.: Мир, 1979

3. ნ. ფოფორაძე, დ. აბზიანიძე, მ. დვალი, თ. მესხიშვილი. მათემატიკური ეკოლოგიის როლი ეკოლოგიური სისტემების უსაფრთხოების უზრუნველყოფის საკითხში. (ინგ.ენ). // გარემოს დაცვა და მდგრადი განვითარება: საერთაშორისო სამეცნიერო ტექნიკური კონფერენციის შრომები, თბილისი, სტუ, 2010, გვ. 242-244.
4. Н.Г. Попорадзе, Д.В. Абзианидзе, М.С. Двали. О проблеме экологической безопасности и оптимизации управления экологическими системами //Сб.тр, ГТУ, №2(476). 2010. - с.59-63.

About use of mathematical modeling in environmental protection

SUMMARY

It is shown in this work the discussion of mathematicians about description and analysis the real ecological problems and the using methods of mathematical modeling for resolving practical problems, connecting to environmental protection.

In order to use modeling methods in ecology it is necessary at first create the model and after the corresponding apparatus, which will help us to analyze process, see outcomes (results) of the decision, evaluate our possibility with the different alternatives and only on the basis of such analysis form the object.

The ecological model has the face of the nonrectilineal differential equation of the first line.

The object of managing of ecosystem is to provide the corresponding environmental quality and increase the living standard of Georgian population as well as to form the budget incomes. That is why these factors in modeling must be considered as exit parameters.

Simultaneously it is taken into consideration that the ecological process is affected by antropogenous as well as different not controlled troubles.

On the concrete example it is considered the practical use of the model for solving the object of the ecosystem's management.