

მათემატიკის ერთგვარი ეპიფორიის“ შესახებ საბუნებისმეტყველო და საინჟინრო მეცნიერებებში

რობერტ ბაბლიძე, სტუ-ს სრული პროფესორი
მანონ ჩხაიძე, სტუ-ს უფროსი მასწავლებელი

მეცნიერების ძირითადი ამოცანა ყოველთვის იყო და არის ჭეშმარიტების დადგენა, მაგრამ თუ რა უნდა ყოფილიყო ჭეშმარიტების კრიტერიუმი, საუკუნეების განმავლობაში იყო სერიოზული განსჯის საგანი. მაგალითად, კანტი ცდილობდა, ჩამოეყალიბებინა მეცნიერების დეფინიცია, ამბობდა, რომ ცოდნის დარგი იმდენადაა მეცნიერება, რამდენადაც მას შესწევს უნარი, გამოიყენოს მათემატიკა.

დიდი ალბათობით სწორედ აქედან იღებს სათავეს მათემატიკის როლის ერთგვარი გაფეტიშება. როგორც ყველგან, აქაც უდავოდ ოქროს შუალედია საძებნი. ჩვენი ცდაც სწორედ აქეთაა მიმართული. მაგალითისათვის შერჩეულია საინჟინრო ფიზიკა. ასეთი არჩევანი განპირობებულია სრულიად ობიექტური მოსაზრებებით – მართლაც ერთია, თუ ფიზიკას გადავცემთ უშუალოდ ფიზიკის სპეციალობის სტუდენტებს და მეორეა, როდესაც საქმე გვაქვს საინჟინრო ანუ გამოყენებითი ფიზიკის სწავლებასთან.

ფიზიკა ექსპერიმენტული მეცნიერებაა. ეს ნიშნავს, რომ აქ ჭეშმარიტების ერთადერთი კრიტერიუმი ცდა ანუ ექსპერიმენტი. როგორი ლამაზი და ლოგიკურიც უნდა იყოს თეორიული მოდელი, ექსპერიმენტული დადასტურების გარეშე მას არავინ აღიარებს. მაგალითად, მეცნიერებაში ყველაზე პრესტიჟული პრიზი, ნობელის პრემია, არასოდეს გაიცემა თეორიულ შრომებზე, რომლებსაც ექსპერიმენტული დადასტურება ჯერ არ გააჩნია. ეს ნიუანსი აქ მოვიყვანეთ იმასთან დაკავშირებით, რომ ფიზიკის მძლავრი მათემატიკური აპარატი ხშირად ბადებს განსახილველი საკითხების მოჭარბებული მათემატიზაციის ცდუნებას. ასეთი რამ თვით ფუნდამენტურ ფიზიკაშიც არაა მთლად მისაღები, რომ აღარაფერი ვთქვათ გამოყენებით ფიზიკაზე. დასადასტურებლად მოვიყვანთ ამონარიდს გენიალური ა. აინშტაინის წერილიდან მიწერილს გამოჩენილი ფიზიკოსის, პ. ერენფესტისადმი: „ძვირფასო ერენფესტ, თქვენ განეკუთვნებით თეორეტიკოსთა იმ უმცირეს ნაწილს, რომელთაც გონიერება არ დაუკარგავთ მათემატიკის ეპიდემიის გამო“ [1]. ცხადია, აქ მათემატიკის „ეპიდემიის“ შესახებ სარკაზმისა და ჯანსაღი იუმორის კარგად გააზრებული შეზავებაა მოყვანილი, მაგრამ იმის დადასტურებად ნამდვილად გამოდგება, რომ გამოყენებითი ფიზიკის სწავლების მეთოდის თავისებურებების ერთ-ერთი ძირითადი მიმართულებაა რთული მათემატიკური გარდაქმნების გონივრული მინიმიზაცია, ოღონდ არამც და არამც ფიზიკური შინაარსის რაიმე გაუბრალოების ხარჯზე. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, აქ სიმძი-

მის ცენტრი უნდა მდებარეობდეს არა ფიზიკური ფორმულების მკაცრ მათემატიკურ გამოყვანაზე, არა მათ წმინდა მათემატიკურ დაფუძნებაზე, არამედ ამ ფორმულებში აკუმულირებული, ლატენტური ფიზიკური შინაარსის რაც შეიძლება გასაგებად, თვალსაჩინოდ და ცხადად გადმოცემაზე, ანუ უნდა შევძლოთ, ფიზიკური ფორმულები ავალაპარაკოთ სტუდენტური აუდიტორიისათვის გასაგები და რაც მთავარია, დამაინტრიგებელი და დამაინტერესებელი ენით. ყოველთვის უნდა გვახსოვდეს, რომ მეცნიერების ძირითადი მამოძრავებელი ძალა არის ადამიანთა თანდაყოლილი, ღვთით დანათლული ცნობის-მოყვარების მძლავრი ინსტინქტი.

ჩვენი უპირველესი ამოცანაა სწორედ ამ უმნიშვნელოვანესი ინსტინქტის, ამ დაუცხრომელი მიდრეკილების გაღვიძება, რომელიც პრაქტიკულად ყველა ადამიანში არსებობს და, ცხადია, აქ გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს ლექტორის დახელოვნებას, მის ნიჭსა და მოხერხებას, ერთი შეხედვით ძალზე რთული და გაუგებარი მოვლენების გასაგები, ცხადი და თვალსაჩინო ენით გადმოცემის უნარს. ლექტორს უნდა შესწევდეს უნარი, უნდა ცდილობდეს, დაარწმუნოს სტუდენტური აუდიტორია, რომ ფიზიკა არა მარტო ზუსტი ექსპერიმენტული მეცნიერებაა, არამედ პარალელურად ეს არის და იქნებ უფრო მეტადაც, ძალზე საინტერესო დრამა ან კომედია ატომების, მოლეკულების, სითხეების, კრისტალებისა და კიდევ სხვა მრავალი სახის ფიზიკური ობიექტების ცხოვრებიდან.

ლექცია შემოქმედებითი პროცესია. ეს არის ინტელექტუალური ურთიერთობა ლექტორსა და აუდიტორიას შორის. ამიტომ, რა თქმა უნდა, აქ საქმე გვაქვს ინდივიდუალურ, სუბიექტურ ფენომენთან – ყველას თავისებური მიდგომა და სქემა შეიძლება ჰქონდეს, მაგრამ ამავე დროს არსებობს ერთგვარი მეთოდური მოსაზრებები, სქემები, რომლებსაც გარკვეული თვალსაზრისით შეიძლება განზოგადებული, ერთგვარად ყველასათვის სავალდებულო ხასიათი მივანიჭოთ.

უპირველესად, მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, ლექციის დასაწყისშივე აუდიტორიას წარედგინოს განსახილველი საკითხების მოკლე ნუსხა, ლექციის ერთგვარი სქემატური მონახაზი. ამ მოკლე სქემის საფუძველზევე უნდა მოხდეს ძირითადი საკითხების დასმა – რის განხილვას ვაპირებთ და რა ფიზიკური მოდელის ფარგლებში. წინა პლანზე გამოგვაქვს ცნებითი და მათემატიკური აპარატი. ვფიქრობთ, ძალზე მნიშვნელოვანია, განსაკუთრებით ცხადად და გამჭვირვალედ ჩამოყალიბდეს ფიზიკური ცნებები, მათი

შინაარსი, მათი განმარტება, დეფინიცია. ვიმეორებთ, ფიზიკის სწავლების მეთოდოლოგიაში უდიდესი მნიშვნელობა აქვს მის ცნებით აპარატს და ვფიქრობთ, არანაკლები, ვიდრე მათემატიკურ აპარატს.

აბსოლუტურად დადასტურებულია, რომ ცნებითი ანალიზის მართებული, მოხერხებული გამოყენება მნიშვნელოვნად აადვილებს მათემატიკური აპარატის მეშვეობით მიღებული რთული გამოსახულებების ფიზიკურ შინაარსში გარკვევას ნიუანსებში, მათ შინაგან ლოგიკაში წვდომას. გარკვეულობისათვის მოვიყვანოთ მაგალითი. შევარჩიოთ სტუდენტური აუდიტორიისათვის საკმაოდ პრობლემური საკითხი – იდეალური გაზის მოლეკულების სიჩქარეთა მიხედვით განაწილების მაქსიმალური კანონი. ფაქტობრივად ეს არის სტატისტიკური ფიზიკის პირველი კანონი. იგი მაქსიმალურად გამოიყვანა მკაცრი ფიზიკა-მათემატიკური მოსაზრებების საფუძველზე. ფიზიკის სპეციალობის სტუდენტებს ამ კანონს გადასცემენ ზუსტად ისე, როგორც იგი მიიღო მაქსიმალურად და ეს გამართლებულიცაა, მაგრამ გამოყენებითი ფიზიკის სწავლებისას ვფიქრობთ, სწავლების მეთოდოლოგია სხვაგვარი შეიძლება იყოს.

მაქსიმალური განაწილების კანონი ბუნების ერთ-ერთი ფუნდამენტური კანონია და მისი ცოდნა თანაბრად საჭირო როგორც წმინდა ფიზიკოსებისათვის, ასევე ინჟინრებისათვის. აქ მნიშვნელობა შეიძლება ჰქონდეს მხოლოდ გარკვეულ ალტერნატივას – რას მივაქციოთ უპირველესი ყურადღება, მათემატიკურ სიმკაცრესა თუ ამ კანონის ფიზიკურ შინაარსს. ჩვენი ფიქრით, გამოყენებითი ფიზიკის სწავლებისას განსაკუთრებული მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს ამ კანონში შენივთებულ ფიზიკურ შინაარსს და არა იმ ხერხებსა და მათემატიკურ მეთოდებს, რომელთა საშუალებითაც იქნა იგი მიღებული.

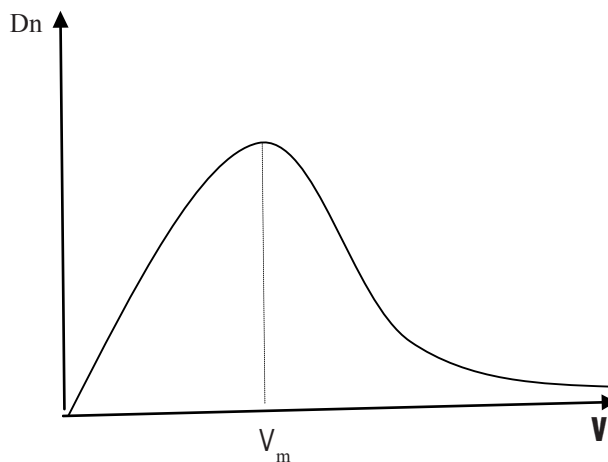
ზემოთ მოყვანილი ლოგიკის მიხედვით ვინცებთ ძირითადი აბსტრაქციიდან – იდეალური გაზის მოდელიდან. ვასაბუთებთ, რატომ უგულებელვყოფთ მოლეკულების ზომებს, პარალელურად კი განვიხილავთ სრულ უაზრობას – მათ შორის შეჯახებებს. რატომ უგულებელვყოფთ მოლეკულებს შორის ურთიერთქმედებას, თუკი ისინი მაინც ახერხებენ ერთმანეთთან შეჯახებას. ეს ხომ თავისთავად ურთიერთქმედების გამოვლინებაა. ვცდილობთ, ამ შინაგან კონფლიქტებს მოვუძებნოთ გონივრული საფუძველი და მსჯელობაში ჩავრთოთ სტუდენტები. გადავდივართ საკითხის დასმაზე – რას ნიშნავს ფრაზა: გაზის მოლეკულების განაწილება სიჩქარეთა მიხედვით. თავიდანვე უარვყოფთ სრულიად უაზრო შესაძლებლობას, რომ გაზის ყველა მოლეკულა მოძრაობს ერთი და იმავე სიჩქარით. ამავე დროს ვაღიარებთ, რომ მოლეკულების მოძრაობისათვის არ არსებობს რაიმე უპირატესი მიმართულება, ანუ ყველა მიმართულება თანაბარალობაა.

ამრიგად მივდივართ სრულიად ცალსახა დასკვნამდე: იდეალური გაზის მოლეკულები იმყოფებიან სრულიად ქაოსურ სიტუაციაში მოძრაობაში. აქვე ვაღიარებთ ყოველი ცალკეული მოლეკულის მოძრა-

ობის ინდივიდუალური შესწავლის უაზრობას მათი ძალზე დიდი რაოდენობის გამო და გადავდივართ მაქსიმალური მიერ შემოთავაზებულ მეთოდზე – დავყოთ მოლეკულები ჯგუფებად მათი მოძრაობის სიჩქარეების გარკვეული ინტერვალების ($v, v+dv$), მიხედვით. აქედან კი მხოლოდ ერთი ნაბიჯია დასმულ ამოცანამდე – განსაზღვრული n რაოდენობის მოლეკულებიდან მის რა და ნაწილს ექნება სიჩქარე, რომელიც მდებარეობს აღებულ ($v, v+dv$) სიჩქარეთა ინტერვალში. სპეციალურად ვუსვამთ ხაზს, რომ ეს ყველაფერი განიხილება T ტემპერატურის რაღაც შერჩეული მნიშვნელობისთვის. შემოგვყავს მაქსიმალური კანონის მათემატიკური გამოსახულება გამოყვანის გარეშე და მისი გრაფიკი (ნახ.1):

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} n v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

აქ m მოლეკულის მასაა, k – ბოლცმანის მუდმივა, v – მოლეკულის მოძრაობის სიჩქარე, dv – სიჩქარეთა შერჩეული ინტერვალის სიგანე, T – ტემპერატურა, n და dn უკვე განმარტებული ტექსტი, e – ნეპერის რიცხვი, ნატურალური ლოგარითმების ფუნქცია.



ის ფაქტი, რომ მაქსიმალური განაწილების გრაფიკი იწყება კოორდინატთა სათავიდან, ნიშნავს, რომ იდეალურ გაზში აკრძალულია უძრავი მოლეკულების არსებობა [2]. ეს შედეგი ფიზიკურად სავსებით გასაგებია. რომელიმე მოლეკულა კიდეც რომ „გაჯიუტდეს“ და „გადაწყვიტოს“, არ მიიღოს მონაწილეობა ქაოსურ მოძრაობაში და დარჩეს უძრავად. მას ამის საშუალებას უბრალოდ არ მისცემენ მეზობლები – დაეჯახებიან და ჩაითრევენ მოძრაობაში. გრაფიკის მეორე მხარე (დიდი სიჩქარეებისათვის), სადაც მრუდი ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს, გვიჩვენებს, რომ გაზში არსებობს ძალიან დიდი სიჩქარით მოძრავი მოლეკულები, მაგრამ მათი რიცხვი ძალზე მცირეა. აქვე გადავდივართ მაქსიმ-

ლის გრაფიკის მაქსიმუმის შესაბამის საშუალო უალბათეს სიჩქარეზე

$$V_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}},$$

მის შინაარსზე და საბოლოოდ ვაყალიბებთ მიღებულ ძირითად შედეგებს: 1) იდეალურ გაზში არ არსებობს უძრავი მოლეკულები; 2) გაზში არსებობს ძალიან დიდი სიჩქარის მოლეკულები, მაგრამ მათი რიცხვი ძალიან მცირეა; 3) იდეალური გაზის მოლეკულების მოძრაობის სიჩქარეთა ზედა ზღვარი განისაზღვრება სინათლის c სიჩქარით; 4) მოლეკულათა უდიდესი უმრავლესობა მოძრაობს საშუალო უალბათესი და მასთან ახლოს მდგომი სიჩქარეებით.

ეს ინფორმაცია ჩვენ ძირითადად ამოვიღეთ მაქსველის განაწილების კანონის გრაფიკის განხილვიდან, მაგრამ ძალიან ადვილად დავრწმუნდებით, რომ იგივე დასკვნები მიიღება მაქსველის კანონის მათემატიკური ფორმულის ანალიზიდანაც.

დაბოლოს, ჩვენ, რა თქმა უნდა, არ განვიხილავთ ჩვენ მიერ შემოთავაზებულ სქემას, როგორც ერთადერთ ყოვლისმომცველ პანაცეას, მაგრამ მიგვაჩნია, რომ ასეთ მიდგომას აქვს არსებობის უფლება, განსაკუთრებით იმ თვალსაზრისით, რომ იგი გვეხმარება, გამოვიყვანოთ სტუდენტი ერთგვარი „პანიკის ზონიდან“, სადაც იგი ხშირად ვარდება რთულ მათემატიკურ გამოსახულებებთან შეჯახებისას. დინჯი, მიზანდასახული, დამაჯერებელი მსჯელობით შესაძლებელი ხდება მათი დარწმუნება, რომ სავსებით რეალურია ადეკვატური ფიზიკური შინაარსის ამოღება ერთი შეხედვით ძალზე რთული მათემატიკური ფორმულებიდან. ამიტომ მიგვაჩნია, რომ ამ მიმართულებით ნამდვილად ღირს მუშაობა და მცდელობა.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. В.Я.Френкель – «Паул Эренфест», Атомиздат, Москва, 1971.
2. დ.ნ.ლონლაძე – „ზოგადი ფიზიკის კურსი“, თბილისი, 1976.

რეზიუმე

განხილულია კონკრეტული მაგალითი, თუ როგორ შეიძლება გვერდი ავუაროთ ზედმეტ მათემატიზაციას ძირითადი შინაარსობრივი დატვირთვის ყოველგვარი დარღვევის გარეშე. ნიმუშად შერჩეულია იდეალური გაზის მოლეკულების სიჩქარეთა მიხედვით განაწილების მაქსველის კანონი. ფაქტობრივად ეს არის სტატისტიკური ფიზიკის პირველი კანონი, რამაც გარკვეულად განაპირობა კიდევ მისი შერჩევა ალბულის შემთხვევისათვის. გარკვეული მოსაზრებების საფუძველზე უპირატესობა ეძლევა მაქსველის მათემატიკურ მტკიცებათა ერთგვარ შემცირებას, ცხადია, ფიზიკური შინაარსის ყოველგვარი გაუბრალოებისა და დაუსაბუთებელი გამარტივების გარეშე. ამრიგად, სიმძიმის ცენტრი გადატანილ იქნა ფორმულების ფიზიკურ შინაარსზე, მათ ადეკვატურ ინტერპრეტაციაზე. ძირითადი მოტივი ასეთი სქემის შერჩევისას დაკავშირებულია იმ უცილობელ ფაქტთან, რომ საინჟინრო დარგებისათვის უპირატესი და განმსაზღვრელია განსახილველი მოვლენებისა და პროცესების ფიზიკური შინაარსი და შინაგანი ლოგიკა. გარდა ამისა, სწავლების მეთოდის ასეთი მიმართულება პოზიტიურად გვეხმარება სტუდენტების გამოყვანაში ე.წ. „პანიკის ზონიდან“, რომელშიც ისინი საკმაოდ ხშირად ვარდებიან დიდ და რთულ მათემატიკურ ფორმულებთან და გარდაქმნებთან შეხებისას.

Summary

R. Bablidze,
M. Chkhaidze

The article draws concrete examples as to how to avoid excessive mathematization in natural and engineering sciences without disrupting the logic of the basic narrative line and profaning the topic taught. To demonstrate the point, the article draws an example of Maxwell's law on the distribution of ideal gas molecules by their velocities. This choice has been largely conditioned by the fact that Maxwell distribution is, in fact, the first law of statics.

The author presents a number of arguments in favour of minimizing, to a certain degree, purely mathematical deliberations in presenting topics, although without any profanation or simplistic presentation of the essence of the taught phenomena. The focus shall be shifted towards concentrating on exploring the physical essence of formulae and their adequate interpretation. The argument in favour of assuming such an approach is supported by the irrefutable fact that the driving motivation of any engineering discipline in studying pertinent phenomena and processes is to gain an insight into their inner physical logics and physical essence.

Moreover, the above suggested approach in teaching methodology helps to drive learners out of the so-called “panic zone” into which they flung quite often when dealing with cumbersome mathematical formulae and transformations.