

მდგრადობის პრობლემა ეკონომიკურ სისტემაში

ოლგა ხუციშვილი, სტუ-ს უნივერსიტეტი
თეა ხუციშვილი, სტუ-ს უნივერსიტეტი
ბესარიონ ციხელაშვილი, სტუ-ს უნივერსიტეტი

რეზიუმე

ნაშრომში განხილულია ლეონტიევის დარგ-თაშორისი ბალანსის მოდელის არანრფივი ვარიანტი, მრავალდარგოვანი ეკონომიკის ფუნქციონირების ანალიზისათვის. ამისათვის განხილვა საწარმოო კოეფიციენტების დაზუსტებული ფორმა. აღწერილი მოდელისათვის ანალიზის შედეგად დგინდება, რომ კოეფიციენტების მნიშვნელობათა ცვლილება მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს ეკონომიკური სისტემების მდგრადობაზე. კვლევების შედეგად შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ორდარგოვანი დინამიკური მოდელის არანრფივი ვარიანტისათვის შესაძლებელია გამოყენებული იქნას კატასტროფების თეორია.

ჩვენი ამოცანაა შევექმნათ კონკრეტული წარმოდგენა ეკონომიკური სისტემების მდგრადობაზე, აღმოვაჩინოთ გამოსაკვლევი მოვლენის ისეთი განსაკუთრებული თვისებები, რომლებიც ჩნდებიან ეკონომიკურ სისტემაში კრიტიკულ მდგომარეობაზე გადასვლის შემთხვევაში. ნებისმიერი ეკონომიკური სისტემა შეგვიძლია განვიხილოთ ურთიერთქმედი კავშირების ერთობლიობად. ამ კავშირების შეცვლის კონკრეტული მიზეზი, რომელსაც საბოლოო კრიზისამდე მივყავართ შეიძლება იყოს როგორც ცალკეული ფაქტორების, ასევე რიგი ფაქტორების ერთობლივი მოქმედება. ამ ფაქტორების გავლენით შეიძლება სისტემა მივიდეს კრიტიკულ მდგომარეობამდე. კრიტიკულ მდგომარეობაზე გადასვლა ხასიათდება კრიტიკული წერტილით. კრიტიკულ წერტილზე ხდება გადასვლა ერთი სისტემიდან მეორეზე. განმასხვავებელ ნიშნად ამ გადასვლისას შეიძლება ჩაითვალოს ხარისხობრივი გარდაქმნა, როცა იცვლება სისტემის ელემენტების ნაკრები ან კავშირი მათ შორის.

საკვანძო სიტყვები: ეკონომიკური სისტემა, ნონასწორობის წერტილი, ფაზური ტრანქტორია, სისტემის მდგრადობა.

Summary

Nonlinear version of inter-branch balance model of Leontev is analyzed in the work, for analysis of multi-field economical function. Defined form of production coefficient is discussed for it. For the described model as a result of analysis it is determined that changing of coefficient meanings makes the important influence on steadiness of economical systems. As a result of researches we can conclude, that the catastrophe theory might be used for nonlinear versions of two-branch dynamic model.

Our mission is to create the concrete opinion on steadiness of economical systems, to find out such particular features of searching occurrences, which are appeared in economical system in case of transition into the critical condition. We can consider any economical system as the unity of interaction connections. The concrete reason of changing these connections, with which we are brought to the final crisis, might be the unity action of as separate factors as several factors. The system might be come to the critical situation by influence of these factors. Transition from one system to the second one is made on critical point. At the time of such transition the qualitative transformation might be deemed as distinctive mark, when the collection of system elements or connection between them is changed.

დარგთაშორისი ბალანსის ლეონტიევის მოდელის არსი შემდეგია, განვლილი წლის დარგთაშორისი ბალანსის საფუძველზე ცალკეული დარგების პრიორიტეტული განვითარების აუცილებლობის პირობებში, სწორად დაიგეგმოს მიმდინარე წლის პროდუქციის საერთო მოცულობა. ლეონტიევის წრფივი დინამიკური განტოლებები ფართოდ გამოიყენება მრავალდარგოვანი ეკონომიკის ფუნქციონირების ანალიზისათვის. თუმცა უმრავლეს შემთხვევებში მიზანშეწონილია განხილულ იქნას დარგთაშორისი კავშირები მცირე რაოდენობის დარგებისათვის შესაბამისი ინტეგრალური მაჩვენებლებით, ამასთან საჭიროა მოდელის დაზუსტება არანრფივი ეფექტების გათვალისწინებით.

განვიხილოთ ლეონტიევის დინამიკური განტოლებების ორდარგოვანი ეკონომიკის შემდეგი

$$\begin{aligned} x_1 - z_1(x_1) - a_1 x_2 &= v_1 \frac{d-1}{d} + v_2 \frac{d-2}{d} + y_1(x_1), \\ -a_1 x_1 + x_2 - z_2(x_2) &= v_1 \frac{d-1}{d} + v_2 \frac{d-2}{d} + y_2(x_2). \end{aligned}$$

სადაც x_1, x_2 - დარგების მთლიანი გამოშვებული პროდუქციის მოცულობაა ფულად გამოსახულებაში, $z_1(x_1)$ - პირველი დარგის პროდუქციის მოცულობა, რომელიც გამოიყენება ამავე სექტორის წარმოებაში.

ის მოთხოვნებისათვის, $a_2 x_2$ - პირველი დარგის პროდუქციის ის მოცულობა, რომელიც გამოიყენება მეორე დარგის მოთხოვნებისათვის, $y_1(x_1)$ - პირველ დარგისათვის დარჩენილი თავისუფალი პროდუქციის მოცულობა ფულად გამოსახულებაში, $a_1 x_1$ - მეორე დარგის პროდუქციის ის მოცულობა, რომელიც გამოიყენება პირველი დარგის მოთხოვნებისათვის, $z_2(x_2)$ - მეორე დარგის პროდუქციის მოცულობა, რომელიც გამოიყენება ამავე სექტორის წარმოების მოთხოვნებისათვის, $y_2(x_2)$ - მეორე დარგისათვის დარჩენილი თავისუფალი პროდუქციის მოცულობა ფულად გამოსახულებაში, u_1, u_2, v_1, v_2 - ფონდტევადობის კოეფიციენტები. წრფივი განტოლებებისაგან განსხვავება მდგომარეობს შესაკრებებში $z_1(x_1), y_1(x_1), z_2(x_2), y_2(x_2)$, რომლებიც შესაძლებელია წარმოადგენდეს თავისი არგუმენტების არანრფივი ფუნქციებს. ვთვლით, რომ ურთიერთკავშირები ორ დარგს შორის წრფივი დამოკიდებულებისაა, ასევე წრფივია დინამიური წევრები, რომლებიც ორივე დარგზე ინვესტიციების გავლენას ახასიათებს.

ჩავწეროთ ფუნქციები $z_1(x_1), z_2(x_2)$ შემდეგ ფორმაში $z_i = \beta_{i0} + \beta_{i1}x_i + \beta_{i2}x_i^2 \quad (i = \overline{1,2})$.

ჩანანერში მუდმივი შესაკრები β_{i0} არის დანახარჯები, რომლებიც არაა დამოკიდებული მოცემული დარგის წარმოების მოცულობაზე. წრფივ შესაკრებს $\beta_{i1}x_i$ აქვს ლეონტიევის განტოლებისათვის ჩვეულებრივი აზრი და აჩვენებს ხარჯებს, რომელიც წარმოების მოცულობის პროპორციულია. კვადრატული წევრი $\beta_{i2}x_i^2$ ასახავს სიტუაციას, როდესაც წარმოების ხარჯები იცვლება წარმოების მოცულობის არაპროპორციულად. მაგალითად, როდესაც დამატებითი შეკვეთის შესასრულებლად საჭირო საწარმოო მოწყობილობების არსებობა მოითხოვს მცირე დანახარჯებს, ამ შემთხვევაში $\beta_{i2} < 0$. ან პირიქით, დამატებითი შეკვეთის შესასრულებლად საჭირო საწარმოო მოწყობილობების არ არსებობა მოითხოვს დიდ დანახარჯებს, ამ შემთხვევაში $\beta_{i2} > 0$.

ანალოგიური ფორმით წარმოვადგინოთ $y_1(x_1)$ და $y_2(x_2)$ გამოსახულებები

$$y_i = b_{i0} + b_{i1}x_i + b_{i2}x_i^2 \quad (i = \overline{1,2}) \quad \text{შესაკრები}$$

$b_{i1}x_i$ გვიჩვენებს ლეონტიევის განტოლებისათვის ჩვეულებრივ დამოკიდებულებას წარმოების მოცულობასა და თავისუფალი სახსრების რაოდენობას შორის. მუდმივი შესაკრები b_{i0} ასახავს არასაწარმოო დანახარჯებს, რომლებიც არაა დამოკიდებული წარმოების მოცულობაზე, მაგალითად სოციალური

ხარჯები. $b_{i2}x_i^2$ შესაკრები შეიძლება ასახავდეს მაგალითად პროგრესირებად გადასახადებს (როცა $b_{i2} > 0$). თუ შემოვიტანთ აღნიშვნებს

$$f_1(x_1, x_2) = x_1 - z_1(x_1) - y_1(x_1) - a_1 x_2 = -\beta_{10} - b_{10} + (1 - \beta_{11} - b_{11})x_1 - (\beta_{12} + b_{12})x_1^2 - a_1 x_2$$

$$f_2(x_1, x_2) = -a_2 x_1 + x_2 - z_2(x_2) - y_2(x_2) = -a_2 x_1 - \beta_{20} - b_{20} + (1 - \beta_{21} - b_{21})x_1 - (\beta_{22} + b_{22})x_2^2$$

$$\begin{aligned} & \text{მივიღებთ} \\ & v_1 \frac{d}{d} x_1 + v_2 \frac{d}{d} x_2 = f_1(x_1, x_2), \\ & v_1 \frac{d}{d} x_1 + v_2 \frac{d}{d} x_2 = f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (1)$$

თუ ამოვხსნით (1) სისტემას $\frac{d}{d} x_1, \frac{d}{d} x_2$ წარმოებულების მიმართ. მივიღებთ

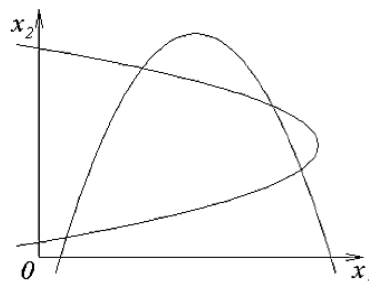
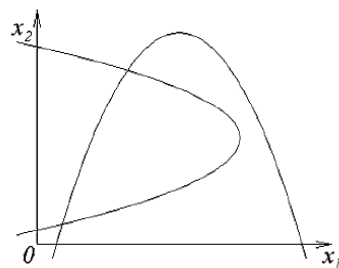
$$\frac{d}{d} x_1 = \frac{v_2 f_1(x_1, x_2) - v_1 f_2(x_1, x_2)}{v_1 v_2 - v_2 v_1} = h_1(x_1, x_2) \quad (2)$$

$$\frac{d}{d} x_2 = \frac{-v_1 f_1(x_1, x_2) - v_2 f_2(x_1, x_2)}{v_1 v_2 - v_2 v_1} = h_2(x_1, x_2) \quad v_1 v_2 - v_2 v_1 \neq 0$$

არანრფივი განტოლებათა სისტემა (2) ამოიხსნება რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით კომპიუტერზე. x_1, x_2 -ის მუდმივი მნიშვნელობების შემთხვევაში (2) განტოლებებიდან მივიღებთ წონასწორობის განტოლებებს

$$h_1(x_1, x_2) = 0; \quad h_2(x_1, x_2) = 0$$

ეს განტოლებები ანალოგიურია განტოლებების $f_1(x_1, x_2) = 0; \quad f_2(x_1, x_2) = 0 \quad (3)$

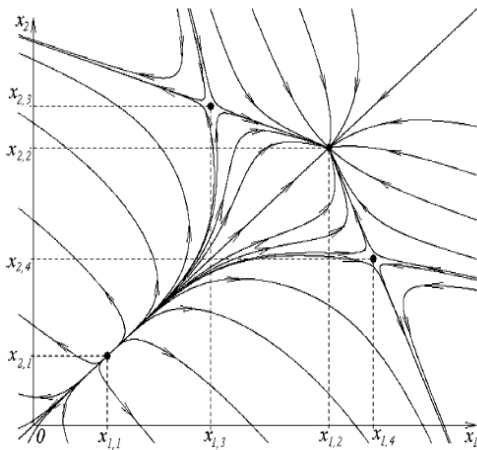


ე.ი. სტატიკური ლეონტიევის განტოლებების. (3) სახის განტოლებების ამოსახსნელად განვიხილოთ მათი გრაფიკული ფორმა სიბრტყეზე x_1, x_2 . (3) განტოლებებიდან პირველს შეესაბამება პარაბოლა ვერტიკალური ღერძით, ხოლო მეორეს –

პარაბოლა ჰორიზონტალური ღერძით. პარაბოლების ურთიერთგანლაგებაზე დამოკიდებულებით მათი გადაკვეთის წერტილები, რომლებიც შეესაბამებიან (3) განტოლების ამონახსნებს, შეიძლება იყოს განსხვავებული. გადაკვეთის წერტილები შესაძლებელია არ არსებობდეს (ნამდვილი ამონახსნების არ არსებობა), ან უმეტეს შემთხვევაში არსებობდეს ოთხი გადაკვეთის წერტილი (ოთხი ამონახსნი). ნახაზ 1 და ნახ. 2-ზე მოცემულია გამოსახულებები ორი და ოთხი ამონახსნის შემთხვევაში.

წერტილები შეესაბამებიან სისტემის ნონასწორობის მდგომარეობას და წარმოადგენენ განსაკუთრებულ წერტილებს სიბრტყეზე x_1, x_2 . ეს წერტილები ახდენენ მნიშვნელოვან გავლენას ფაზური ტრაექტორიების სახეზე.

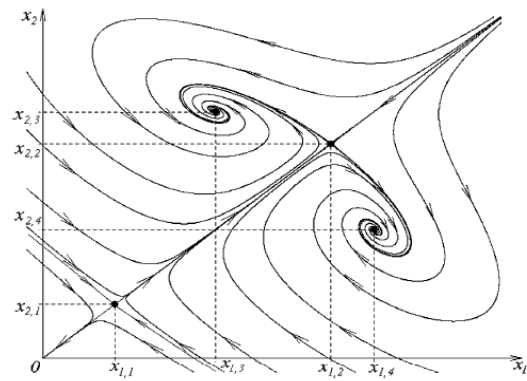
$u_1 u_2 - u_2 u_1$ გამოსახულების უარყოფითი მნიშვნელობა აჩვენებს ეკონომიკის ისეთი მდგომარეობა, როდესაც დარგები უფრო კარგად ითვისებენ საკუთარ ინვესტიციებს, ვიდრე ერთმანეთის. ამასთან ეკონომიკური სისტემის მდგრადობა უფრო მკვეთრად უმჯობესდება.



განვიხილოთ რამდენიმე მახასიათებელი მაგალითი. სისტემის ოთხი ნონასწორული მდგომარეობის არსებობისას და პირობით $u_1 u_2 - u_2 u_1 > 0$ ფაზურ ტრაექტორიებს აქვთ ნახ. 3-ზე მოცემული სახე. ფაზური ტრაექტორიებიდან ნათლად ჩანს, რომ წერტილი $(x_{1,1}; x_{2,1})$ წარმოადგენს არამდგრად კვანძს. წერტილის მიდამოდან აღებული ნებისმიერი საწყისი პირობის შემთხვევაში ხდება დაშორება ამ წერტილიდან.

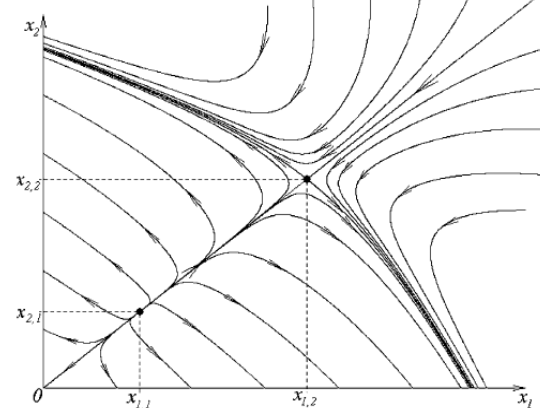
წერტილი $(x_{1,2}; x_{2,2})$ წარმოადგენს მდგრად კვანძს. ნებისმიერი საწყისი პირობისათვის წერტილის მიდამოდან ხდება მიახლოება ამ წერტილთან. $(x_{1,3}; x_{2,3})$

და $(x_{1,4}; x_{2,4})$ წერტილები წარმოადგენენ უნაგირის ტიპის არამდგრად განსაკუთრებულ წერტილებს. ფაზური ტრაექტორიები გადის მის ახლოს.



ნახ.

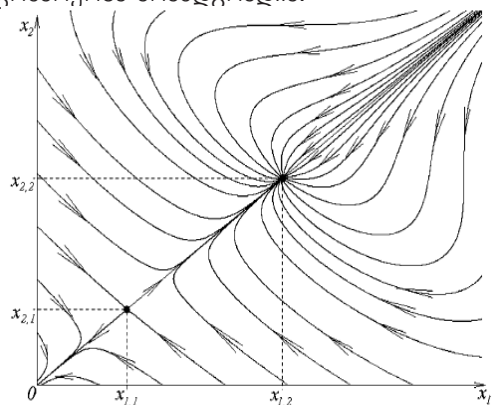
3-ზე მოცემული სურათი საშუალებას იძლევა შევისწავლოთ ეკონომიკური სისტემების ევოლუციის ვარიანტები. თუ ეკონომიკური სისტემა საწყის ეტაპზე იმყოფება არამდგრად $(x_{1,1}; x_{2,1})$ მდგომარეობაში წარმოების მცირე მოცულობით, მას შეუძლია გადავიდეს $(x_{1,2}; x_{2,2})$ მდგრად მდგომარეობაში, წარმოების დიდი მოცულობით. ამისათვის საჭიროა გადაადგილება მკაცრად შესაბამისი წრფის გასწვრივ. ამ წრფიდან მცირე გადახრის შემთხვევაში ფაზური ტრაექტორიები გადის უნაგირის ტიპის განსაკუთრებული წერტილთან ახლოს და აღწევს მდგრად მდგომარეობას $(x_{1,2}; x_{2,2})$. მაგრამ ამ ვიწრო “კორიდორის” საზღვრებიდან გასვლის შემთხვევაში შეუძლებელი ხდება $(x_{1,1}; x_{2,1})$ წერტილიდან გადასვლა $(x_{1,2}; x_{2,2})$ მდგომარეობაში, არამედ მიიღება x_1 ან x_2 -ის უარყოფითი მნიშვნელობა ე.ი. ხდება ეკონომიკური სისტემის რღვევა.



$u_1 u_2 - u_2 u_1 < 0$ შემთხვევაში განსაკუთრებული წერტილების მდებარეობა იგივეა, თუმცა მათი ხასიათი არსებითად განსხვავებულია. წერტილები $(x_{1,1}; x_{2,1})$ და $(x_{1,2}; x_{2,2})$ ხდება უნაგირის ტიპის, ხოლო წერტილები $(x_{1,3}; x_{2,3})$ და $(x_{1,4}; x_{2,4})$ წარმოადგენენ ფოკუსებს.

განვიხილოთ შემთხვევა ორი ნონასწორული მდგომარეობით (ნახ. 1). $u_1 u_2 - u_2 u_1 > 0$ პირო-

ბისას (2) განტოლების რიცხვითი ინტეგრირებით მიიღება ფაზურ ტრაექტორიები, რომელთაც აქვთ ნახ. 5-ზე მოცემული სახე. წონასწორობის მდგომარეობა, რომელიც მოიცემა $(x_{1,1}; x_{2,1})$ წერტილით წარმოადგენს არამდგრად კვანძს, ხოლო მდგომარეობა რომელიც მოიცემა $(x_{1,2}; x_{2,2})$ წერტილით წარმოადგენს – უნაგირს. ამგვარად ორივე წონასწორობის მდგომარეობა არამდგრადია.



$u_1 u_2 - u_1 u_2 < 0$ შემთხვევაში ფაზურ სიბრტყეს აქვს ნახ. 6-ზე მოცემული სახე. მდგომარეობა $(x_{1,1}; x_{2,1})$ წარმოადგენს – უნაგირს, ხოლო მდგომარეობა $(x_{1,2}; x_{2,2})$ წარმოადგენს მდგრად კვანძს. ამიტომ სისტემის გამოსვლით $(x_{1,1}; x_{2,1})$ მდგომარეობიდან და x_1 ან x_2 -ის მნიშვნელობათა ზრდით აუცილებლად გამოიწვევს სისტემის გადასვლას ახალ წონასწორობის მდგომარეობაში.

ამგვარად შეგვიძლია დავადგინოთ, რომ ამ შემთხვევისათვის სისტემის მდგრადობის თვალსაზრისით მოსახერხებელია შემთხვევა, როდესაც $u_1 u_2 - u_1 u_2 < 0$

წონასწორობის მდგომარეობის არ არსებობის შემთხვევას არ განვიხილავთ, რადგან ასეთ შემთხვევას მიეყვარება ეკონომიკური სისტემის რღვევასთან. ყურადღება მივაქციოთ, რომ სისტემის გადასვლა, შედარებით დიდი რაოდენობის წონასწორობის მდგომარეობიდან რიცხობრივად მცირე რაოდენობის წონასწორობის მდგომარეობაში, ხდება ნახტომისებურად.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ ეკონომიკური სისტემის გადასვლა ერთი მდგომარეობიდან მეორეში ხდება ნახტომისებურად. რაოდენობრივი პარამეტრების ცვლილებისას სისტემის მდგომარეობის ასეთ ნახტომისებურ ცვლილებას კი შეისწავლის კატასტროფების თეორია.

ამიტომ კრიტიკული მდგომარეობის მოხერხებულ მოდელს გვაძლევს მათემატიკური კატასტროფების თეორია. ერთი და იგივე პარამეტრის ცვლილებისა, ყველაზე ახლოს მდებარე საწყისი მდგომარეობისას, სისტემა შეიძლება წავიდეს ერთმანეთისაგან დამორეზულ საბოლოო მდგომარეობაში

კვლევების შედეგად შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ორდარგის დინამიკური მოდელის არანაფიქსირებადობის შესაძლებელია გამოყენებული იქნას კატასტროფების თეორია. ამ თეორიის მეთოდის გამოყენება, პარამეტრების რეალური მაჩვენებლების, შესაძლებელს გახდის მივიღოთ გაფრთხილება არასასურველი ეკონომიკური მოვლენების შესახებ.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. მართვის თეორია. სინერგეტიკა, ტ.3, პროფ. ა. გუგუშვილის და პროფ. რ. ხუროძის რედაქციით. –თბილისი.: სტუ-ს გამომცემლობა, 2000. -869გვ.
2. თ. ოზგაძე. “მათემატიკური მოდელების კურსი (უწყვეტი მათემატიკური მოდელები)”, ტომი 1, აკად. ა.ფრანგიშვილის რედაქციით, მონოგრაფია, თბილისი, სტუ-ს გამომცემლობა, 2006, 100გვ.
3. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. -М.: Мир, 1985. -420с.
4. Арнольд В. И. Теория катастроф. -М.: Наука. 1990.-128с.