

СТИМУЛЫ И РИСКИ ВО ВЗАИМООТНОШЕНИЯХ МЕЖДУ ПРИНЦИПАЛОМ И АГЕНТОМ

В. Б. МИНАСЯН — профессор, Высшей школы финансов и менеджмента Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ

А. А. ГЛУШЕЦКИЙ — профессор, Высшей школы финансов и менеджмента Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ

Summary

The paper addresses a basic model of moral hazard (risk) [Gibbons, 2005] and suggests some of its modifications. In the basic model of moral risk, questions are put and examined that have not been considered in the previous researches. In particular, it is proved that the level of agent's efforts that maximizes its expected utility coincides with the level of efforts that minimize the risk of obtaining this maximum utility. Modifications of the moral risk model are considered where the optimal behavior of the principal and the agent considerably differ from the respective behavior in the moral risk model.

The paper introduces moral risk measures VaR for the principal and VaR for the agent that specify the qualitative assessments of risk on the part of the principal and the agent in their relationships.

Введение

В статье рассматривается базовая модель морально риска [Гиббонс, 2010; Gibbons, 2005] и предлагаются некоторые ее модификации. В самой базовой модели морального риска ставятся и исследуются вопросы, которые не рассматривались в более ранних исследованиях. В частности доказывается, что уровень усилий агента, максимизирующий его ожидаемую полезность, совпадает с уровнем усилий, минимизирующих риск получения этой максимальной полезности. Рассматриваются модификации модели морального риска, в которых оптимальное поведение принципала и агента существенно отличается от соответствующего поведения в модели морального риска.

В работе вводятся меры риска VaR для принципала и VaR для агента, которые уточняют количественные оценки риска со стороны принципала и агента в их взаимоотношениях.

Базовая модель морального риска

При несклонности агента к риску выбор принципалом (нанимателем) силы стимулов определяется торгом (trade off) между стимулами и страхованием.

В базовой модели морального риска рассматривается взаимодействие принципала с агентом (наемным работником). Агент прилагает ненаблюдаемое (соответственно и неконтролируемое) принципалом усилие a , нацеленное на получение результата y (в качестве которого обычно рассматривается выручка). Получение этого результата зависит не только от усилий агента, но и от воздействия случайных факторов приводящих к неопределенности результата. Реализовавшееся значение y является наблюдаемой принципалом величиной и выступает основой для построения стимулирующего контракта от принципала агенту.

Взаимоотношения между принципалом и агентом строятся в следующей последовательности [Гиббонс, 2010; Gibbons, 2005].

1. Принципал и агент заключают контракт $w(y)$, фиксирующий схему и величину вознаграждения.
2. Агент выбирает действие, с реальным воздействием на результат в размере a , но принципал не имеет информации о выборе, сделанном агентом (т.е. он не «наблюдает» ни реальный выбор агента, ни его результат a).
3. Происходят некоторые случайные события, которые приводят к случайному вкладу в результат, величиной ε , не контролируемое агентом.
4. В результате действий агента a и случайного вклада в результат ε определяется величина результата (производственной функции) y .
5. Агент получает оговоренное в контракте вознаграждение.

В базовой модели морального риска делаются также следующие дополнительные предположения.

- Производственная функция линейна: $y = a + \varepsilon$, где ε - нормально распределенная случайная величина с нулевым средним и дисперсией σ^2 .
- Стимулирующий контракт также линейен: $w(y) = s + by$, где s соответствует величине фиксированного вознаграждения, а коэффициент b - силе задаваемых стимулов.
- Агент имеет постоянную абсолютную несклонность к риску, т.е. его функция по-

лезности имеет вид $u_A(x) = -e^{-R_A x}$, где x -величина чистого выигрыша агента, $R_A > 0$ - постоянный коэффициент абсолютной несклонности агента к риску.

- Чистый (денежный) выигрыш агента равен разности между полученным вознаграждением и субъективной денежной оценкой (со стороны агента) издержек приложения усилий $x = w - c(a)$, где $c(a)$ - выпуклая функция.
- Принципал нейтрален к риску и, следовательно, стремится только к максимизации ожидаемой величины собственной прибыли, $EP = E(y - w)$.

Агент может максимизировать ожидаемую полезность для себя с помощью выбора усилия a . Т.е. его выбор соответствует решению следующей оптимизационной задачи: определить значение $a = a^*$, при котором достигается

$$\max_a E(u_A(a)).$$

Как известно [Гиббонс, 2010; Gibbons, 2005], оптимальный уровень усилий агента, обозначаемый $a^*(b)$, является решением уравнения $c'(a) = b$, а достоверный эквивалент (выигрыш агента) CE при уровне усилий $a^*(b)$ составляет:

$$CE(s, b) = s + ba^*(b) - c[a^*(b)] - \frac{1}{2} R_A b^2 \sigma^2.$$

Ожидаемая прибыль принципала при таком выборе агента составляет:

$$EP(s, b) = (1 - b)a^*(b) - s.$$

В базовой модели морального риска предполагается, что хотя целью принципала является максимизация своей ожидаемой прибыли, в компании рассматривается цель максимизации суммарного выигрыша принципала и агента, определяемого в виде суммы достоверного эквивалента агента и ожидаемой прибыли принципала:

$$CE(s, b) + EP(s, b) = a^*(b) - c[a^*(b)] - \frac{1}{2} R_A b^2 \sigma^2.$$

В компании есть возможность решения данной оптимизационной задачи с помощью выбора параметра силы стимулов в контракте b . Как известно [Гиббонс, 2010; Gibbons, 2005], оптимальное значение силы стимулов определяется формулой:

$$b^* = \frac{1}{1 + R_A \sigma^2 c''}.$$

Т.к. R_A, σ^2 и c'' положительны, величина b^* будет лежать между нулем (полная страховка для агента) и единицей (агент получает всю выручку).

Дополнительное исследование базовой модели морального риска

А) Минимизация риска полезности для агента

Агент кроме стремления максимизации ожидаемой полезности для себя может ставить и другие цели. Предположим, что несклонность агента к риску выражается в том, что он выбирает такие усилия, который минимизируют риск его полезности. Измерителем риска полезности для агента может служить дисперсия его полезности:

$$\sigma^2(u_A(x)) = E((u_A(x))^2) - (E(u_A(x)))^2,$$

Где $u_A(x) = -e^{-R_A x}$.

Утверждение 1

Уровень усилий агента, максимизирующий его ожидаемую полезность, совпадает с уровнем усилий, минимизирующих риск получения этой максимальной полезности. Причем этот уровень усилий $a^*(b)$, является решением уравнения $c'(a) = b$.

Таким образом, агент, максимизируя свою ожидаемую полезность, автоматически минимизирует риск недостижения этой полезности.

Б) Максимизация полезности суммарного результата принципала и агента и минимизация риска этой полезности

В базовой модели морального риска, в компании рассматривается цель максимизации суммарного выигрыша принципала и агента, определяемого в виде суммы достоверного эквивалента агента и ожидаемой прибыли принципала.

Предположим, что интересы агента совпадают с интересами принципала и компании.

В этом случае и компания и агент заинтересованы в суммарном результате агента и принципала.

Теперь предположим для компании абсолютную несклонность к риску с функцией полезности имеющей вид $u_c(z) = -e^{-R_c z}$, где z -величина чистого суммарного выигрыша компании, $R_c > 0$ - постоянный коэффициент абсолютной несклонности компании к риску.

Можно доказать справедливость следующего утверждения.

Утверждение 2

В случае совпадения интересов агента и компании уровень усилий агента, максимизирующий ожидаемую полезность суммарного результата, совпадает с уровнем усилий, минимизирующих риск получения этой максимальной полезности. Причем этот уровень усилий a^* , является решением уравнения $c'(a) = 1$.

Риски для определенных участников при различных взаимоотношениях агента и принципала, выраженные с помощью меры риска VaR

Мы уже рассматривали риски полезности для агента, принципала и компании (агента + принципала). Но представляет интерес рассмотрение мер риска аналогичных мерам риска VaR, существующим в риск-менеджменте (см. например, [Кроуи

М., Галай Д., Марк Р. 2011],[Hull J.C. Risk 2007] и [Jorion P. 2007]) для оценки рисков активов и уже нашедшими применение для оценки рисков в других областях (например, см. применение аналогичных мер риска для оценки рисков проектов в [Лимитовский М.А., Минасян В.Б. 2011]).

Рассмотрим эти понятия сначала для определения риска для агента.

Напомним, что случайная величина выигрыша агента в нашей модели выражается формулой:

$$x = s + ba - c(a) + b\varepsilon.$$

Ценностью под риском с доверительной вероятностью p для агента назовем величину, обозначаемую VaR_p^x , такую что вероятность того, выигрыш агента окажется больше этой величины, равна p . Т.е. это худшее из возможных значений выигрыша агента, которые могут встретиться с вероятностью p . Т.е.

$$P\{x > VaR_p^x\} = p.$$

Как известно (см. ,например, [Кроуи М., Галай Д., Марк Р. 2011],[Hull J.C. Risk 2007] и [Jorion P. 2007]), в наших предположениях мера риска VaR для агента, будет выражаться формулой:

$$VaR_p^x = E(x) - k_p^{0,1} \sigma(x),$$

где $E(x)$ - ожидаемое значение случайного результат x для агента, $\sigma(x)$ - стандартное отклонение величины x , а $k_p^{0,1}$ - квантиль стандартного нормального распределения.

Вспомним, что $x = s + ba - c(a) + b\varepsilon$.

Поэтому,

$$E(x) = s + ba - c(a), \text{ а } \sigma(x) = b\sigma.$$

Значит, мы получаем такое выражение для меры риска VaR для агента:

$$VaR_p^x = s + ba - c(a) - k_p^{0,1} b\sigma$$

Имея представление о виде функции $c(a)$, в зависимости от взаимоотношений агента и принципала, можно подставить в это выражение оптимальные значения a^* и b^* и вычислить значение меры риска VaR для агента.

В случае абсолютной несклонности агента к риску с функцией полезности $u_A(x) = -e^{-R_A x}$ представляет интерес мера риска VaR полезности для агента.

Ценностью под риском с доверительной вероятностью p полезности для агента назовем величину, обозначаемую $VaR_p^{u(x)}$, такую, что вероятность того, полезность для агента окажется больше этой величины, равна p .

Можно доказать справедливость следующей формулы для $VaR_p^{u_A(x)}$:

$$VaR_p^{u_A(x)} = -e^{-R_A[s+ba-c(a)-k_p^{0,1}b\sigma]}. \quad (1)$$

Займемся мерой риска VaR для принципала.

Ценностью под риском с доверительной вероятностью p для принципала назовем величину, обозначаемую VaR_p^Π , такую, что вероятность того, выигрыш принципала окажется больше этой величины, равна p .

Выражение для меры риска VaR для принципала оказывается таким:

$$VaR_p^\Pi = a(1-b) - s - k_p^{0,1}(1-b)\sigma$$

Имея представление о виде функции $c(a)$, в зависимости от взаимоотношений агента и принципала, можно подставить в это выражение оптимальные значения a^* и b^* и вычислить значение меры риска VaR для принципала.

Ценностью под риском с доверительной вероятностью p полезности для принципала назовем величину, обозначаемую $VaR_p^{u_\Pi(\Pi)}$, такую, что вероятность того, полезность для принципала окажется больше этой величины, равна p . Т.е. это худшее из возможных значений полезности для принципала, которые могут встретиться с вероятностью p . Т.е.

$$P\{u_\Pi(\Pi) > VaR_p^{u_\Pi(\Pi)}\} = p.$$

Доказывается справедливость следующей формулы для $VaR_p^{u_\Pi(x)}$:

$$VaR_p^{u_\Pi(\Pi)} = -e^{-R_A[a(1-b)-s-k_p^{0,1}(1-b)\sigma]} \quad (2)$$

Рассмотрим меру риска VaR для компании.

Ценностью под риском с доверительной вероятностью p для компании назовем величину, обозначаемую VaR_p^c , такую, что вероятность того, выигрыш компании окажется больше этой величины, равна p . Оказывается, что выражением для меры риска VaR для компании является:

$$VaR_p^c = a - c(a) - k_p^{0,1}\sigma$$

В случае абсолютной несклонности компании к риску с функцией полезности $u_c(z) = -e^{-R_c z}$ представляет интерес мера риска VaR полезности для компании.

Ценность под риском с доверительной вероятностью p полезности для компании, обозначаемую $VaR_p^{u_c(z)}$, оказывается рассчитывается так:

$$VaR_p^{u_c(z)} = -e^{-R_c[a-c(a)-k_p^{0,1}\sigma]}. \quad (3)$$

Заключение

В контрактных взаимоотношениях любых двух или более лиц важной стороной является спецификация частных прав, определяющая как затраты и вознаграждения будут распределены среди участников этих отношений. Мы, следуя [Jensen M.C., Meckling W.H. 1976] и [Jensen M.C. 1998] рассматриваем агентские отношения как контракт,

который со стороны одного или больше лиц (принципал(ы)), заключается с другим лицом (агент), для выполнения некоторой услуги от их имени, который включает делегирование некоторых полномочий принятия решений агенту. Если обе стороны в отношениях максимизируют полезность для себя, то есть серьезные основания полагать, что агент не всегда будет действовать в лучших интересах принципала. Денежный эквивалент сокращения благосостояния принципала от этого расхождения является стоимостью агентских отношений. Принципал может ограничить расхождение действий агента от своих интересов, устанавливая соответствующие стимулы с помощью заключения дополнительных контрактов с агентом. Примером моделирования агентских отношений является модель морального риска, от которой отталкивается данное исследование. В работе рассматриваются различные по степени тесноты взаимоотношений между принципалом и агентом, и исследуется возможность оптимизации ожидаемой полезности и риска для каждой из сторон.

Для различных видов взаимоотношений между принципалом и агентом получены вычислитель-

ные формулы для введенных мер риска VaR и ES как для принципала, так и для агента.

Литература:

1. Гиббонс Р. 2010. Стимулы во взаимоотношениях между фирмами (и внутри них). *Российский журнал менеджмента* 8 (2):77-106.
1. 2. Кроуи М., Галай Д., Марк Р. 2011 Основы риск - менеджмента./Пер. с англ.- М.: ЮРАЙТ.
2. Лимитовский М.А., Минасян В.Б. 2011 Анализ рисков инвестиционного проекта // *Управление финансовыми рисками*. 2 : 132- 150.
3. Gibbons R. 2005. Incentives between firms (and within). *Management Science* 51 (1): 2-17.
4. Hull J.C. 2007 Risk Management and Financial Institutions. – Pearson Education International
5. Jensen M.C., Meckling W.H. 1976 Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. *Journal of Financial Economics* 3 (4): 305-360.
6. Jensen M.C. 1998 Foundations of Organizational Strategy.- Harvard University Press
7. Jorion P. 2007 Value at Risk. – McGraw-Hill.