

სისტემის ენტროპია $dH/dt > 0$ და უდრის ნულს, როდესაც $f(q,p,t) = f^0(q,p)$. სისტემის სტაციონალური მდგომარეობის პოვნის აღნიშნულ მეთოდს უწოდებენ ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპს.

განვიხილოთ ეკონომიკური სივრცე რომელიც შედგება N ქვესისტემისაგან (რაიონისაგან). ვგულისხმობთ, რომ ეკონომიკურ სივრცეში აწარმოებენ გარკვეული ტიპის პროდუქტს და m რაიონის შესაძლებლობანი აღნიშნული ტიპის პროდუქციის წარმოებისათვის დამოკიდებულია დანარჩენ ყველა რაიონის ეკონომიკურ მაჩვენებლებზე.

განვიხილოთ ინვესტირების პროცესი. თითოეული m ქვესისტემა (რაიონი) დროის მოცემულ t მომენტისათვის დავახასიათოთ იმ ინვესტიციებით $I_m(t)$, რომლებიც იდება ამ ქვესისტემაში. ინვესტიციების ქვეშ ვგულისხმობთ ნაკადურ ცვლადს, ანუ დროის ერთეულში განხორციელებულ ინვესტიციების მოცულობას. განტოლება (1) ამ შემთხვევაში ჩაინერგება შემდეგი სახით [4]

$$\frac{dI_m(t)}{dt} = \alpha_m \cdot I_m(t) + \sum_{s=1} x_{sm}(t) - \sum_{s=1} x_{ms}(t) \quad (2)$$

აქ $I_m(t)$ ინვესტიციების ნაკადია თითოეულ ქვესისტემაში, ხოლო x_{sm} ინვესტიციის ნაკადია განხორციელებული s რაიონიდან m რაიონში და წარმოადგენენ ზოგადად შემთხვევით პროცესებს.

$\alpha_m = \alpha_m(x; y)$ — ორი ცვლადის ფუნქციაა, რომელიც ზრდადია პირველი ცვლადის (შემოსავლების) მიმართ და კლებადი მეორე ცვლადის (მაგალითად დანახარჯები, ამორტიზაცია) მიმართ.

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა m რაიონიდან სხვა რაიონებში განხორციელებული ჯამური ინვესტიცია პროპორციულია $I_m(t)$:

$$\sum_{s \neq m} x_{ms}(t) = \varphi(c_m, \mu) \cdot I_m(t) \quad (3)$$

სადაც $\varphi(c_m; \mu)$ არის ორი ცვლადის ფუნქცია, რომელიც კლებადია პირველი ცვლადის და ზრდადია მეორე ცვლადების მიმართ. C_m არის m რაიონის მახასიათებელი პარამეტრი (რაც უფრო უკეთესი საინვესტიციო პირობებია m რაიონში, მით უფრო დიდია C_m). μ სისტემური პარამეტრია, საერთო ყველა ქვესისტემისათვის (რაიონისათვის), რომელიც ახასია-

თებს ქვესისტემებს შორის ეკონომიკურ ურთიერთკავშირს [2].

ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის თანახმად, უაღბათესი სიდიდეების ის მნიშვნელობები, რომლებიც აკმაყოფილებენ (3) პირობას და რომლებზედაც ფუნქცია

$$S(t) = - \sum_{m,s} x_{ms}(t) \cdot \ln \frac{x_{ms}(t)}{v_s(t)} \quad (4)$$

აღწევს მაქსიმუმს ($v_s(t)$ არის რაიონის მიზიდვის ფუნქცია, რომელიც ახასიათებს საინვესტიციო გარემოს აღნიშნულ რაიონში და წარმოადგენს ინვესტიციების წილს m რაიონში [3,4]). პირობითი ექსტრემუმის პოვნის, ლაგრანჟის მეთოდის თანახმად (3), (4) ამოცანის ამონახსნია [3]:

$$x_{ms}(t) = \frac{v_s(t)}{\sum_{k=1} v_k(t)} \cdot \varphi(c_m, \mu) \cdot I_m(t) \quad (5)$$

სივრცული ეკონომიკური პროცესების, დემოგრაფიული პროცესების მათემატიკური მოდელების პარამეტრების პოვნის მეთოდები უმეტესწილად ეფუძნება სტატისტიკურ მონაცემებს. ნაშრომებში [2,3], განხილული საინვესტიციო პოლიტიკის და დემოგრაფიული პროცესის განსაზღვრისათვის შემოთავაზებულ მათემატიკურ მოდელებში შემავალი პარამეტრები, აიღებოდა სტატისტიკური მონაცემებიდან. (დემოგრაფიული პროცესის მოდელში: დაბადებულთა და სიკვდილიანობის მაჩვენებლები, განისაზღვრებოდა წინა წლების შესაბამისი პარამეტრების სტატისტიკური მონაცემებიდან. ხოლო საინვესტიციო პოლიტიკის განმსაზღვრელ მოდელში ფირმის მოგება, შემოსავლები და სხვა წინა წლის ფირმის ეკონომიკური მაჩვენებლების მიხედვით).

ცხადია, მოდელში შემავალი პარამეტრები, უმჯობესია განსაზღვრული იყვნენ ჩვენს მიერ მართული, დამოუკიდებელი პარამეტრების საშუალებით, რაც საშუალებას მოგვცემს ვმართოთ შესაბამისი პროცესები და ანალიზი გავუკეთოთ ჩვენს შესაძლო გადანყვეტილებებს. ისეთი სახელმწიფოებრივი მნიშვნელობის პროცესების, როგორიცაა დემოგრაფიული, საინვესტიციო პოლიტიკის მართვის და სხვა მოდელის პარამეტრები, უმჯობესია განსაზღვრული იყვნენ საბიუჯეტო პარამეტრების საშუალებით. რადგანაც, ბიუჯეტის პარამეტრები ფაქტობრივად განსაზღვრავენ ქვეყნის ეკონომიკას, კულტურულ-სოციალურ მდგომარეობას, საერთოდ ქვეყნის მომავალს.

ასე მაგალითად, ნაშრომში [3], შემოტანილი იქნა აპრიორული ალბათობების ინფორმაციის შეფასების ისეთი სახე, რომელიც საშუალებას იძლევა სივრცული ეკონომიკური პროცესის, დემოგრაფიული პროცესის პროგნოზი გაკეთდეს რეგულირებადი, ჩვენს მიერ მართვადი პარამეტრების საშუალებით: როგორებიცაა რეგიონის განვითარების გეგმა, წარმოების მოგება, ზარალი, დანახარჯები მოსახლეობის სამედიცინო მომსახურებისათვის, სოციალური ხარჯები და სხვა.

ასეთნაირად განსაზღვრული მოდელები საშუალებას გვაძლევს შევქმნათ რეგიონის განვითარების იმიტაციური ექსპერტული სისტემები, რის საფუძველზე შეგვიძლია შევაფასოთ ჩვენი კონკრეტული გადაწყვეტილებები საინვესტიციო პოლიტიკის შემუშავებისათვის, დემოგრაფიული პროცესის მართვისათვის და სხვა. ქვემოთ, მაკროსისტემური პროცესების პარამეტრული იდენტიფიკაციისათვის გამოვიყენებთ მეთოდებს, რომელიც აღწერილია ნაშრომებში [2].

მოსახლეობის აღწარმოებას, სიკვდილიანობას ძირითადად განსაზღვრავს დანახარჯები მოსახლეობის სამედიცინო მომსახურებაზე, ეკოლოგიური, სოციალური პირობები რეგიონში და სხვა.

სიკვდილიანობის, დაბადების გარანტიის აბსოლუტურად დეტერმინირებული პროცესი არ არსებობს. ბავშვის დაბადება განისაზღვრება მრავალი ფაქტორით: მშობლების, განსაკუთრებით დედის ჯანმრთელობით, წლოვანებით, კვებით, სოციალური პირობებით, უბედური შემთხვევებით. ერთი სიტყვით უამრავი ფაქტორით და ყველგან ინდივიდუალური და არაერთგვაროვანი დინამიკური პროცესებია, რომლებსაც აქვთ არაერთგვაროვანი სივრცული განაწილება.

ადამიანის სიკვდილიანობის პროცესი განისაზღვრება მრავალი კომპონენტისგან. ერთ-ერთი დაკავშირებულია ადამიანის დაბერებასთან, რომელიც წარმოადგენს სუფთა ბიოლოგიურ პროცესს.

მაგრამ ეს პროცესი ყველა ადამიანში მიდის სხვადასხვანაირად, ანუ არის ინდივიდუალური. მეორე, ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი კომპონენტია ავადმყოფობა. შეიძლება ითქვას, რომ ეს კომპონენტი არის ყველაზე მნიშვნელოვანი სიკვდილიანობის რაოდენობრივ მახასიათებლებში. მესამე კომპონენტად შეგვიძლია ავიღოთ უბედური შემთხვევები. მეოთხე კომპონენტად — გარემო პირობების ზემოქმედება

ადამიანებზე. შეიძლება ითქვას, რომ მოსახლეობის სიკვდილიანობის პროცესის კვლევის მეთოდები ორი სახისაა. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ერთი ეყრდნობა რეგრესიულ მოდელებს და სტატისტიკურ მონაცემებს. მათი მეშვეობით იკვლევენ კავშირს სიკვდილიანობის მაჩვენებლებსა და იმ ფაქტორებს შორის, რომლებიც ზემოთ ჩამოვთვალეთ.

ქვემოთ ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის გამოყენებით, შემოვიტანთ აღწარმოების პარამეტრის ინდიკატორს, რომელიც საშუალებას მოგვცემს შევქმნათ დემოგრაფიული პროცესის პროგნოზირების იმიტაციური მოდელი, სადაც ჩვენ მივიჩნევთ, რომ სიკვდილიანობის ბუნება არის სტოქასტიკური: სიკვდილიანობის მასიური ხასიათი (ელემენტარული ხდომილებების არსებობა) და გარკვეული კვაზი-სტაბილურობა. აღნიშნული პროცესის (σ ალგებრა და ზომა) შეგვიძლია მივიჩნიოთ ამ ჰიპოთეზის საფუძველად. ანუ ის, რომ სიკვდილიანობის პროცესს აქვს შემთხვევითი ხასიათი. ეს ჰიპოთეზა საშუალებას გვაძლევს ამ პროცესის მათემატიკური მოდელირებისათვის და სიკვდილიანობის რაოდენობრივი მახასიათებლებისთვის გამოვიყენოთ შემთხვევითი პროცესების თეორია.

სიკვდილიანობის პროცესი ორ დონიანია — მიკრო და მაკრო. მიკრო დონეზე განიხილება ინდივიდუალური (ელემენტარული) ხდომილებები, ხდომილების სიმრავლეები განსაზღვრული თვისებებით.

მიკრო დონეზე კი სიკვდილიანობის პროცესი წარმოვადგინოთ ამ სიმრავლეების ალბათური მახასიათებლებით. ფენომენალური სქემა ამ პროცესისა ასეთია [2]:

მოსახლეობის განაწილება წლოვანებების მიხედვით დროის მოცემული t მომენტისათვის დავახასიათოთ $K(a, t)$ განაწილებით $a \in A$, სადაც A მთლიანი მოსახლეობაა. მომდევნო წელს თითოეული წლოვანების ჯგუფიდან ცხადია ყველა ვერ გადავა მომდევნო ჯგუფში. ის, ვინც გადავა მომდევნო წლოვანების ჯგუფში, აღვნიშნოთ $\tilde{K}(a, t)$, ხოლო ვინც ვერ გადავა — $D(a, t)$. ცხადია,

$$\tilde{K}(a, t) = K(a, t) - D(a, t), a \in A \quad (6)$$

აქ ჩვენ მივიჩნევთ, რომ ხდომილებები „სიცოცხლე“ და „სიკვდილი“ შემთხვევითია და დამოუკიდებელი. მაშინ ყოველი ჯგუფის თითოეული წევრისათვის არსებობს აპრიორული ალბათობა $\nu(a, t)$ იმისა, რომ ის გადავა წლო-

ვანების მომდევნო ჯგუფში. შესაბამისად, სიკვდილიანობისთვის გვექნება $1 - v(a, t)$, აპრიორული ალბათობა (ანალოგიურად, საინვესტიციო პოლიტიკის განსაზღვრულ მოდელში თუ წარმოებული პროდუქციის მთლიანი რაოდენობიდან $v(a, t)$ წილი არის ვარგისიანი, მაშინ $1 - v(a, t)$ წუნია).

ჩვენ ვუშვებთ, რომ $K(a, t)$ -ს თითოეულ ინდივიდი (წარმოებული პროდუქტი საინვესტიციო პოლიტიკის ამსახველ მოდულში) შეიძლება გადავიდეს მომდევნო წლოვანების ჯგუფში და შეიძლება არც ერთი არ გადავიდეს. ასეთი სტოქასტიკური მექანიზმი ადეკვატურია ფერმის სტატისტიკის [3].

აქედან გამომდინარე შეგვიძლია დავწეროთ ასეთი პროცესის განზოგადებული ინფორმაციული ენტროპიისათვის [3]

$$H[D(t)] = - \sum_{a \in A} D(a, t) \ln \frac{D(a, t)}{\eta(a, t)} + [K(a, t) - D(a, t)] \quad (7)$$

$$\eta(a, t) = \frac{v(a, t)}{1 - v(a, t)}$$

ცხადია იმისათვის, რომ ადამიანი ერთი წლოვანების ჯგუფიდან გადავიდეს მომდევნო წლოვანების ჯგუფში საჭიროა გარკვეული რესურსები (ბინა, სამსახური, განათლება და ა.შ.). თუ ჩვენ შეგვიძლია თითოეული ეს კომპონენტი დავახასიათოთ შესაბამისი ხარჯის სიდიდით – ფულად ერთეულებში $c_i(a, t)$, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ, რომ

$$\sum_{a \in A} c(a, t) \tilde{K}(a, t) \leq w(n, t)$$

სადაც $w(n, t)$ წარმოადგენს ყველა რესურსის $w_1, w_2, \dots, w_n$ კომპოზიციას.

(3) განტოლების ამონახსნი (4) შეზღუდვებისას გვაძლევს ადამიანთა ჯგუფების განაწილების პროგნოზირების საშუალებას წლოვანების მიხედვით. რაც წარმოადგენს ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპს. ანუ (3) განტოლების ამონახსნი არის $\tilde{K}(a, t)$ -ის მნიშვნელობები, რომლის დროს ფუნქცია (3) არის მაქსიმუმი.

მიღებულ შედეგებს უფრო ცხადი ილუსტრირებისათვის განვიხილოთ უფრო რეალისტური მოდელი, ანუ როცა

$$D(a, t) \ll K(a, t), \quad a \in A \quad (9)$$

ამ შემთხვევაში ფერმის განზოგადებული ინფორმაციული ენტროპიის ასიმპტოტური მნიშვნელობა წარმოადგენს ბოლცმანის გან-

ზოგადებულ ინფორმაციული ენტროპიას და ამ იდენტურობას აქვს შემდეგი სახე, ანუ (3) მიიღებს შემდეგ სახეს [3]

$$H[D(t)] = - \sum_{a \in A} D(a, t) \ln \frac{D(a, t)}{\eta(a, t)}$$

როგორც ვხედავთ, მოდელში შედის პარამეტრები, რომლებიც შეიძლება დავყოთ ორ ჯგუფად. პირველ ჯგუფს ქმნის პარამეტრები, რომლებიც ახასიათებენ თითოეული ინდივიდის (წარმოებული ერთეულოვანი პროდუქტის) ამოვარდნას განსაზღვრული წლოვანების ჯგუფიდან. პარამეტრების ამ ჯგუფს მიეკუთვნება აპრიორული ალბათობები $v(a, t)$. მეორე ჯგუფია ჩვენს მიერ მართვადი პარამეტრები, რომლებიც ახასიათებენ ეკონომიკურ-სოციალურ გარემოს. შესაბამისად, მოდელის საძებნი პარამეტრია $v(a, t)$. იდენტიფიკაციის ამოცანა მდგომარეობს ვიპოვოთ ვექტორული სიდიდის $-v$, ის მნიშვნელობა, რომლის დროსაც ცდომილებას რეალურ მონაცემებსა და მოდელით მიღებულ სიდიდეებს შორის იქნება მინიმუმი.

შეიძლება ითქვას, რომ როგორც დაბადების, ასევე გარდაცვალების ბუნება არის სტოქასტიკური, რაც საშუალებას გვაძლევს გამოყენებული იქნას დაბადების, სიკვდილიანობის პროცესის ანალიზისათვის ალბათობისა და მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდები შესაბამისი პროცესების მოდელირებისა და შესწავლისათვის. კერძოდ, ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპი. ცხადია, აღნიშნული სტოქასტიკური პროცესებში შესაბამისი პარამეტრების სიდიდეები დამოკიდებულია სხვადასხვა სამომხმარებლო რესურსების სიდიდეზე, ბიუჯეტის პარამეტრებზე, ანუ მთავრობის პოლიტიკაზე. ასეთი პარამეტრებია სახსრები გამოყოფილი: განათლებაზე, ჯანდაცვაზე, ეკოლოგიაზე და ა.შ. ჩვენს მიერ გამოყენებული ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპზე დაფუძნებული მათემატიკური მოდელი, საშუალებას გვაძლევს ვნახოთ რა ზემოქმედებას (არამარტო თვისობრივად, არამედ რაოდენობრივად) ახდენენ ეს საბიუჯეტო სახსრები დაბადების და სიკვდილიანობის შესაბამის პარამეტრებზე. ეს ყოველივე საშუალებას გვაძლევს პროგნოზირება გავუკეთოთ ჩვენს ყოველ გადანყვეთილებას.

ჩვენს მოდელში შესაფასებელ პარამეტრებს წარმოადგენენ სივრცული ეკონომიკური პროცესის განმსაზღვრელი პარამეტრები, მაგა-

ლითად ინვესტიციები და მოსახლეობის გარკვეული ჯგუფიდან (მაგალითად ასაკობრივი ჯგუფიდან) ინდივიდის ამოგდების შემთხვევით მექანიზმს განაწილების – ალბათობები.

იდენტიფიკაცია მიმდინარეობს სტანდარტული გზით. თავდაპირველად განისაზღვრება დისპერსია რეალურსა და მოდულურ სიდიდეებს შორის, მოსახლეობის თითოეული ჯგუფისათვის. დისპერსიის მინიმიზაცია ხდება ვექტორის მიხედვით, დასაშვებ სიმრავლეზე მოცემული შეზღუდვების დროს.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. Maxweel J.C. On the dynamic theory of gases // Phil. Trans Roy. Soc. 1866. vol.157.
2. Ю. С. Попков, Энтропийные модели индикаторов смертности, Труды УСА РАИ. Т. 61. 4/2011.
3. მერაბ ახოვაძე, მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირებისა და მართვის საკითხები, მონოგრაფია, 1997 წ., თბილისი.
4. M. Akhobadze, E. Kurtshalia, “Analysis of the Spatial Economic Processes for Defining the Investment Policy”, მათემატიკური კონფერენცია “ლის ჯგუფები, დიფერენციალური განტოლებები და გეომეტრია” (მოხსენებათა კრებული), ივნისი, ბათუმი, 2013.

კიბერნეტიკული მეთოდოლოგიის გამოყენების შესაძლებლობა საფინანსო-ეკონომიკური კრიზისის პროგნოზირების მიზნით

გიორგი ბალათურია — სტუ-ს პროფესორი
ირინა იაშვილი — სტუ-ს პროფესორი

Summary

There are a lot of scientist economic research which are devoted to the problems and the reasons of finance-economic crisis. Actually the existing economic theories can't forecast finance-economic crisis. As a results economic crises are happened suddenly and only afterwards various experts tried to explain their reasons. But these “explainings” are too late, the economic crisis have grave consequences, especially for the pure and small countries with transient economy. The article considers an opportunity of finance-economic crisis forecasting on the basis of cybernetic approach and elements of theory of probability, namely Bayesian methodology. Even approximately forecasting of the crisis gives a chance both to the countries and business companies to avoid or weaken results of the crisis by development of anti crisis plans prepared earlier.

Key words: Finance-Economic crisis, forecasting, cybernetic approach, factors' analysis, „noise”, “shadow players”, feedback, optimal strategy.

რეზიუმე

არსებობს მრავალი სამეცნიერო ნაშრომი, რომლებიც ეძღვნება საფინანსო-ეკონომიკური კრიზისის პრობლემების ახსნას. მაგრამ, რეალურად არსებული ეკონომიკური თეორიების გამოყენებით ვერ ხერხდება საფინანსო-ეკონომიკური კრიზისების პროგნოზირება. ამიტომ, როგორც წესი ეკონომიკური კრიზისები მოულოდნელად ხდება და მხოლოდ ფაქტის შემდეგ ექსპერტები ცდილობენ ახსნან კრიზისის მიზეზები. მაგრამ ასეთი “ახსნა” უკვე გვიანია, კრიზისის უკვე გაკეთებული აქვს თავისი შავი საქმე. განსაკუთრებით სავალალო მდგომარეობაში გარდამავალი ეკონომიკის მქონე ლარიები და პატარა ქვეყნები აღმოჩნდებიან ხოლმე.

სტატიაში განხილულია ეკონომიკური კრიზისის პროგნოზირების შესაძლებლობა კიბერნეტიკული მიდგომისა და ალბათობის თეორიის ელემენტების, კერძოდ ბაიესის მეთოდოლოგიის გამოყენებით. კრიზისის თუნდაც მიახლოებითი პროგნოზი საშუალებას მისცემს როგორც ქვეყნებს, ისე განსაკუთრებით ბიზნესს