

რეზიუმე

სწორი გადაწყვეტილების მიღების უნარი წარმატების საწინდარია ადამიანის საქმიანობის ნებისმიერ სფეროში. გადაწყვეტილების მიღება არის ალტერნატიულ ქმედებათა არჩევის პროცესი, რომელიც მიზნად ისახავს გაცნობიერებული შედეგის მიღწევას.

გადაწყვეტილებას გამოიმუშავენ ადამიანი (ან ადამიანთა ჯგუფი), რომელიც გადაწყვეტილებათა მიღების თეორიაში გადაწყვეტილების მიმღები პირის სახელწოდებით არის ცნობილი. აღნიშნულიდან გამომდინარე, როგორც წესი, გადაწყვეტილების მიღების პროცესი სუბიექტურ ხასიათს ატარებს და მნიშვნელოვანწილად სწორედ გადაწყვეტილების მიმღები პირის პიროვნულ თვისებებზეა დამოკიდებული.

არცთუ შორეულ წარსულში გადაწყვეტილების მიღების პროცესში უპირატესად საღ აზრსა და ინტუიციას ეყრდნობოდნენ. ამ ფაქტორებს დღესაც არ დაუკარგავს აქტუალობა, მაგრამ მათ რაციონალურ შერწყმას ანალიტიკურ, რაოდენობრივ მეთოდებთან გადაწყვეტილების მიღების პროცესს, ერთის მხრივ, გარკვეული ობიექტური ხასიათი შესძინოს და მეორეც, საგრძნობლად გააუმჯობესოს მიღებული გადაწყვეტილების ხარისხი.

წამოშობილია განხილულია ოპტიმალური მენეჯერული გადაწყვეტილებების მიღების ანალიტიკური ინსტრუმენტების ფართო სპექტრი. კერძოდ, გადაწყვეტილებათა მიღების ამოცანები განსაზღვრულ გარემოში მათი გადაწყვეტის ძირითადი მეთოდის - მათემატიკური პროგრამირების გამოყენებით, გადაწყვეტილებათა მიღების მრავალკრიტერიუმიანი ამოცანები, გადაწყვეტილების მიღების ამოცანები რისკისა და განუსაზღვრელობის პირობებში მატრიცული თამაშების აპარატის გამოყენებით. გარდა ამისა, განხილულია ოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღების მეთოდი ბუნდოვან გარემოში, რომელსაც საფუძვლად უდევს მიზნებისა და შეზღუდვების სიმეტრიულობის დაშვების პირობა.

საკვანძო სიტყვები: ეფექტურობის კრიტერიუმი, მიზნის ფუნქცია, გადაწყვეტილებათა სიმრავლე, ოპტიმალური გადაწყვეტილება, მატრიცული თამაში, ბუნდოვანი სიმრავლე.

Summary

Making right decisions are prerequisite of success in any kind of human practice. Decision making is always a process of choosing among alternative actions and it aims reaching the desired outcome.

As a rule, decision is made by person (or by group of persons). For that reason, decision making process is subjective in its nature and deeply depends on the personality of a person, who makes decisions. In the theory of decision making there is a special term for such a person - decision maker.

Not so long ago, the process of decision making was based on common sense and intuition. These factors have not lost their relevance to present. But later they were enriched by quantitative and analytical techniques and for that reason the objectivity of decision making process and its quality were significantly improved.

The article deals with the wide range of analytical tools of optimal decision-making. In particular, problems of decision-making in a deterministic environment using linear programming as a main tool for their resolution, multi-criteria decision-making, decision-making under risk and uncertainty that are based on matrix games. Additionally it examines the problems of optimal decision making in a fuzzy environment that are based on an assumption of symmetry between goals and restrictions.

Keywords: efficiency criterion, goal function, space of decisions, optimal decision, matrix game, fuzzy set.

ნებისმიერი ორგანიზაცია, სახელმწიფო იქნება იგი თუ კერძო, მართვას საჭიროებს. სოციალ-ეკონომიკური ურთიერთობების გართულებამ, რომელიც დამახასიათებელი იყო მეოცე საუკუნის მეორე ნახევრისათვის, წინა პლანზე წამოწია მმართველობითი ურთიერთობების თეორიისა და პრაქტიკის (მენეჯმენტის) სრულყოფის ამოცანები.

ადამიანთა მცირე თუ დიდი ჯგუფების მართვის პროცესი რთულ ამოცანას წარმოადგენს, რომელიც უნდა ითვალისწინებდეს სოციალ-ეკონომიკურ, პოლიტიკურ, სულიერ, იდეოლოგიურ და სხვა მომენტებს. მენეჯმენტის, როგორც სოციალ-ეკონომიკური მართვის ერთერთი ძირითადი სახეობის საფუძველზე უნდა განისაზღვროს თუ ვინ, როდის და რა სამუშაო უნდა შეასრულოს და როგორი რესურსები უნდა იქნეს გამოყენებული, რომლებიც, როგორც წესი, შეზღუდულია. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ნებისმიერ სფეროში მოღვაწე ქვედა, საშუალო თუ ზედა რგოლის მენეჯერის წინაშე ყოველთვის დგას ადეკვატური გადაწყვეტილებების გამომუშავების პრობლემები.

თავის არსით გადაწყვეტილების მიღების ნებისმიერი პრობლემა არის ალტერნატივათა რაიმე სიმრავლიდან გარკვეული აზრით ოპტიმალური გადაწყვეტილების ამორჩევის პრობლემა, რომლის წარმატებით გადაჭრა წარმოუდგენელია ფორმალური მეთოდების გამოყენების გარეშე.

მეორეს მხრივ, აღნიშნულ პროცესში აუცილებელია მენეჯმენტისა და ფსიქოლოგიის ცნებებისა და მეთოდების გამოყენებაც, რაც სუბიექტური ინფორმაციის მოპოვებას, დამუშავებასა და გამოყენებას გულისხმობს.

გადაწყვეტილების მიღების ზოგადი მოდელის ძირითად ელემენტებს წარმოადგენს საკუთრივ გადაწყვეტილება, გადაწყვეტილებათა მიღების სიმრავლე, ეფექტურობის კრიტერიუმი და ამომხსნელი წესი.

გადაწყვეტილება არის ქმედების ერთერთი შესაძლო ვარიანტი დასახული მიზნის მისაღწევად. იგი სხვადასხვა ბუნების შეიძლება იყოს (რიცხვი, ფუნქცია, თუ სიტყვიერი ინსტრუქცია). გადაწყვეტილების ნაცვლად ზოგჯერ იყენებენ ტერმინებს - ალტერნატივა, სტრატეგია, გეგმა, დასაშვები ამონახსნი. შეიძლება ვისაუბროთ გადაწყვეტილების მიღებაზე როგორც ერთი, ისე ერთდროულად რამდენიმე მიზნის მიღწევის შესაბამისად.

ყოველ კონკრეტულ გადაწყვეტილებათა ერთობლიობას **გადაწყვეტილებათა მიღების სიმრავლე** (ანდა მოკლედ - გადაწყვეტილებათა სიმრავლე) უწოდებენ. იგი შეიძლება იყოს როგორც სასრული, ისე უსასრულო.

ეფექტურობის კრიტერიუმი (მის ნაცვლად ზოგჯერ მიზნის ფუნქციის ცნებაც გამოიყენება) გვიჩვენებს დასახული მიზნის მიღწევის ხარისხს, ანუ, ფორმალური ენით თუ ვიტყვი - ეს არის გადაწყვეტილებათა სიმრავლეზე განსაზღვრული რიცხვითი ფუნქცია.

შეიძლება დაისვას როგორც ერთადერთი საუკეთესო (ოპტიმალური), ისე რამდენიმე გადაწყვეტილების შერჩევის ამოცანებიც. თუ გადაწყვეტილებათა სიმრავლე სასრულია, მაშინ ამ თვალსაზრისით მისი სრული რანჟირების (დალაგების) ამოცანაც შეიძლება დავსვათ. მეთოდს,

რომლის საფუძველზეც ხორციელდება აღნიშნული ამოცანის გადაწყვეტა - **ამოხსნელ წესს** უწოდებენ. ეს შეიძლება იყოს ანალიტიკური გამოსახულება, მრავალეტაპიანი (იტერაციული) ალგორითმი, ანდა, ევრისტიკული მეთოდი, რომელიც გადაწყვეტილების მიმღები პირის პრიორიტეტთა სისტემის გამოვლენასა და გამოყენებას გულისხმობს.

მენეჯერს შეიძლება გადაწყვეტილების მიღება მოუხდეს გარემოში, რომელსაც საერთოდ ვერ აკონტროლებს, ან სუსტად აკონტროლებს. გადაწყვეტილებათა მიღების გარემოს შესახებ მისი ცოდნის დონის შესაბამისად გადაწყვეტილებათა მიღების სიტუაციები კლასიფიცირდება როგორც განსაზღვრულობის, რისკისა და განუსაზღვრელობის მდგომარეობები, ანუ, შესაბამისად - სრული ცოდნის, ნაწილობრივი ცოდნის და სრული არცოდნის დონეები.

ერთი შეხედვით შეიძლება მოგვეჩვენოს, რომ განსაზღვრულობის კონცეფციას მხოლოდ თეორიული ინტერესი თუ შეიძლება ჰქონდეს და შორს იყოს პრაქტიკიდან, თუმცა, არსებობს რიგი მოკლევადიანი ბიზნესსიტუაციებისა, როდესაც მენეჯერი სრულ ინფორმაციას ფლობს გადაწყვეტილებათა მიღების გარემოს შესახებ. ანალიტიკური ინსტრუმენტების სპექტრი ოპტიმალური გადაწყვეტილებების მისაღებად მსგავს სიტუაციებში საკაოდ მრავალფეროვანია.

ზოგადად, გადაწყვეტილების გამომუშავება განსაზღვრულობის პირობებში მიმართულია სარგებლის (შემოსავლის, მოგების) მაქსიმიზაციისაკენ, ან დანახარჯების მინიმიზაციისაკენ. ამ პროცესს **ოპტიმიზაციური ანალიზი** ეწოდება, რომლის ძირითად მეთოდს **მათემატიკური პროგრამირება** წარმოადგენს.

მათემატიკური პროგრამირება იკვლევს ექსტრემალურ ამოცანებს და ამუშავებს მათი ამოხსნის მეთოდებს. ამოცანის ზოგადი დასმა შემდეგი სახით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\max(\min) \rightarrow f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

პირობებით

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (2)$$

სადაც f და g_i მოცემული ფუნქციებია, ხოლო b_i - ნამდვილი რიცხვები.

ექსტრემალურ ამოცანას, რომელშიც ცვლადებს ნებისმიერი მნიშვნელობების მიღება შეუძლიათ (ანუ, (2) პირობების გარეშე) უწოდებენ **უპირობო**, ხოლო წინააღმდეგ შემთხვევაში - **პირობიან** ექსტრემალურ ამოცანას.

მათემატიკური პროგრამირების ამოცანათა კლასიფიკაციას საფუძვლად უდევს f და g_i ფუნქციათა თვისებები, რომელთაც, შესაბამისად, **მიზნისა და შეზღუდვების ფუნქციები** ეწოდებათ.

პირველ რიგში, მათემატიკური პროგრამირების ამოცანები იყოფა წრფივი და არაწრფივი პროგრამირების ამოცანებად.

წრფივი პროგრამირების ამოცანებში როგორც მიზნის, ისე შეზღუდვის ყველა ფუნქცია წრფივია. წინააღმდეგ შემთხვევაში (ანუ, როდესაც მიზნის, ან შეზღუდვის ერთი მაინც ფუნქცია წრფივი არ არის), მათემატიკური პროგრამირების ამოცანა **არაწრფივი პროგრამირების ამოცანას** წარმოადგენს.

წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოხსნის ძირითადი მეთოდი **სიმპლექს-მეთოდის** სახელწოდებითაა ცნობილი, რომელიც ამერიკელმა მათემატიკოსმა **ჯ. დანცინგმა** შეიმუშავა 1949 წელს.

ამოცანის საწყის დასაში შეზღუდვებს შემდეგი სახე ქონდა:

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (3)$$

(3) სისტემით განსაზღვრულ არეს n განზომილებიან სივრცეში **სიმპლექსი** ეწოდება, რამაც განაპირობა მეთოდის სახელწოდება.

სიმპლექს-მეთოდი საკმაოდ რთული იტერაციული პროცედურაა, რომელიც დასაშვებ ამონახსნთა მრავალწახნაგას გარკვეული წვეროდან იწყება. როგორც წესი, ოპტიმალური ამონახსნი (მისი არსებობის შემთხვევაში) ერთერთი წვეროს კოორდინატებს წარმოადგენს. ყოველ შემდეგ იტერაციაზე (ნაბიჯზე) ხორციელდება მეზობელ წვეროზე გადასვლა ისე, რომ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა უმჯობესდებო. ძეზნის პროცედურა გრძელდება მანამ, სანამ აღნიშნული წვერო არ მიიღწევა. შემუშავებულია ოპტიმალური ამონახსნის ძეზნის პროცედურის დასრულების შესაბამისი მათემატიკური კრიტერიუმიც.

არაწრფივი პროგრამირების ამოცანებიდან ყველაზე უკეთ შესწავლილია **ამოზნექილი პროგრამირების ამოცანები**. ამ ამოცანებში უნდა მოიძებნოს ამოზნექილ და ჩაკეტილ სიმრავლეზე განსაზღვრული ამოზნექილი ფუნქციის მინიმუმი, ან ჩაზნექილი ფუნქციის მაქსიმუმი. მაგალითად, **კვადრატული პროგრამირების ამოცანა** მდგომარეობს კვადრატული ფუნქციის მაქსიმუმის, ან მინიმუმის პოვნაში წრფივი შეზღუდვების პირობებში.

მათემატიკური პროგრამირების ამოცანათა ცალკე კლასებს წარმოადგენს მთელრიცხვა, პარამეტრული და წილად-წრფივი პროგრამირების ამოცანები.

მთელრიცხვა პროგრამირების ამოცანებში ცვლადებს მხოლოდ მთელი მნიშვნელობების მიღება შეუძლიათ.

პარამეტრული პროგრამირების ამოცანებში მიზნისა და შეზღუდვების ფუნქციები შეიძლება დამოკიდებული იყოს გარკვეულ პარამეტრებზე.

წილად-წრფივი პროგრამირების ამოცანებში მიზნის ფუნქცია წარმოადგენს ორი წრფივი ფუნქციის შეფარდებას, ხოლო შეზღუდვის ყველა ფუნქცია წრფივია.

სტოქასტური პროგრამირების ამოცანებში მიზნისა და შეზღუდვების ფუნქციების არგუმენტებს შემთხვევითი სიდიდეებიც შეიძლება წარმოადგენდეს.

ექსტრემალური ამოცანები, რომლებშიც ამონახსნის პოვნის პროცესი მრავალ ეტაპს მოიცავს **დინამიკური პროგრამირების ამოცანათა** კლასს მიეკუთვნება.

როგორც წრფივი, ისე არაწრფივი პროგრამირების ამოცანებში სტატიკური, ერთეტაპიანი გადაწყვეტილებები მიიღება. დინამიკური პროგრამირების ამოცანებში კი პროცესები დამოკიდებულია დროის რამდენიმე ეტაპზე. ამიტომ, ოპტიმალური გადაწყვეტილების (რომელსაც დინამიკური პროგრამირების თეორიაში **პირობით ოპტიმალურ მართვას** უწოდებენ) მიღება ხდება ყოველ ეტაპზე, რაც უზრუნველყოფს პროცესის ოპტიმალურ განვითარებას მთლიანობაში. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, თითოეულ ეტაპზე გადაწყვეტილების მიღებისას ყოველთვის მხედველობაში უდა გვქონდეს საბოლოო მიზანი (ანუ, გათვალისწინებული უნდა იყოს მომავალი).

ზოგადი სახით დინამიკური პროგრამირების ამოცანა შემდეგნაირად შეიძლება იქნას დასმული:

დავუშვათ, რაიმე მართვადი სისტემა S იმყოფება საწყის $S_0 \in \widetilde{S}_0$ მდგომარეობაში. დროთა განმავლობაში მისი მდგომარეობა იცვლება და საბოლოო $S_k \in \widetilde{S}_k$ მდგომარეობაში გადადის. სისტემის მდგომარეობის ცვლილების პროცესი დაკავშირებულია გარკვეულ W რიცხვით კრიტერიუმთან.

შესაძლებელ მართვათა U სიმრავლიდან უნდა შევარჩიოთ ისეთი U^* მართვა, რომელიც S სისტემას საწყისი $S_0 \in \widetilde{S}_0$ მდგომარეობიდან გადაიყვანს საბოლოო $S_k \in \widetilde{S}_k$ მდგომარეობაში ისე, რომ $W(U)$ კრიტერიუმს ოპტიმალურ W^* მნიშვნელობას მიაწიჭებს.

დინამიკური პროგრამირების მეთოდი გულისხმობს, რომ მდგომარეობა $\widetilde{S}_i$, რომელშიაც გადავიდა S სისტემა, დამოკიდებულია $\widetilde{S}_{i-1}$ -სა და u_i -ზე და არ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორ მივიდა სისტემა $\widetilde{S}_{i-1}$ მდგომარეობაში (**შემდგომქმედების არარსებობის პირობა**). მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა k ნაბიჯზე შემდეგნაირად განისაზღვრება:

$$F = \sum_{i=1}^k W_i(\widetilde{S}_{i-1}, u_i) \quad (\text{მიზნის ფუნქციის ადიტიურობის პირობა}).$$

დინამიკური პროგრამირების მთავარ პირობას კი წარმოადგენს **ბელმანის ოპტიმალობის პრინციპი**, რომელიც შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოყალიბდეს: როგორც არ უნდა იყოს სისტემის მდგომარეობა მორიგი ნაბიჯის წინ, ამ ნაბიჯზე ოპტიმალური მართვა ისე უნდა იქნას შერჩეული, რომ მიზნის ფუნქციის შესაბამისი შესაკრებლისა და ყველა მომდევნო ნაბიჯზე მიზნის ფუნქციის შესაკრებთა ჯამის ოპტიმალური მნიშვნელობის ჯამი მაქსიმალური იყოს.

ოპტიმალობის პრინციპის მათემატიკურ ფორმულირებას შეიძლება მიეცეს შემდეგი სახე:

$$F_k(\widetilde{S}_0) = \max_{u_1, u_2, \dots, u_k} [W_1(\widetilde{S}_0, u_1) + W_2(\widetilde{S}_1, u_2) + \dots + W_i(\widetilde{S}_{i-1}, u_i)],$$

$$F_{k-i}(\widetilde{S}_i) = \max_{u_{i+1}} [W_{i+1}(\widetilde{S}_i, u_{i+1}) + F_{k-i-1}(\widetilde{S}_{i+1})], \quad i = \overline{k-1, 0}. \quad (4)$$

(4) ცნობილია **ბელმანის ძირითადი ფუნქციონალური განტოლებების (რეკურენტული დამოკიდებულებების)** სახელწოდებით. აქ $F_k(\widetilde{S}_0)$ -ით აღნიშნულია მიზნის ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა k ნაბიჯზე სისტემის საწყისი $\widetilde{S}_0$ მდგომარეობიდან საბოლოო $\widetilde{S}_k$

მდგომარეობაში გადასვლისას ოპტიმალური $U^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_k^*)$ სტრატეგიის გამოყენებით, ხოლო $F_{k-i}(\tilde{S}_i)$ -ით - მიზნის ფუნქციის შესაკრებთა ჯამის მაქსიმალური მნიშვნელობა სისტემის $\tilde{S}_i$ -ს წებისმიერი მდგომარეობიდან საბოლოო $\tilde{S}_k$ მდგომარეობაში გადასვლისას მართვის ოპტიმალური სტრატეგიის გამოყენებით დარჩენილ $(k-i)$ ნაბიჯზე.

იმისათვის, რომ განისაზღვროს მართვის ოპტიმალური სტრატეგია, ამჯერად საჭიროა ნაბიჯთა მთელი მიმდევრობა დასაწყისიდან ბოლოსკენ გავიაროთ: პირველ ნაბიჯზე ოპტიმალურ u_1^* მართვად უნდა ავიღოთ უკვე განსაზღვრული პირობით ოპტიმალური u_1^0 მართვა. მეორე ნაბიჯზე ვპოულობთ სისტემის S_1^* მდგომარეობას, რომელშიაც სისტემა u_1^* მართვას გადაყავს. ეს მდგომარეობა განსაზღვრავს პირობით ოპტიმალურ u_2^* მართვას, რომელსაც ოპტიმალურ u_2^0 მართვად მივიჩნევთ. ვიცით რა u_2^* , ვპოულობთ S_2^* -ს, ე.ი. განვსაზღვრავთ u_3^* -ს და ა.შ.

ბელმანის ოპტიმალობის პრინციპიდან გამომდინარეობს, რომ **ოპტიმალური ტრაექტორიის წებისმიერი ნაწილი ოპტიმალურია.**

დინამიკური პროგრამირების მეთოდის გამოყენება საგრძნობლად ამარტივებს ოპტიმალური ამონახსნის პოვნის პროცესს, პირველ რიგში, გამოსაკვლევი ვარიანტების მნიშვნელოვანი შემცირების ხარჯზე.

პრაქტიკაში საკმაოდ ხშირად გვხვდება გადაწყვეტილებათა მიღების ისეთი სიტუაციები, როდესაც ერთდროულად ეფექტურობის რამდენიმე კრიტერიუმი უნდა იქნას გათვალისწინებული.

გადაწყვეტილებათა მიღების თეორიაში მსგავსი პრობლემები **მრავალკრიტერიუმიანი (ვექტორული) ოპტიმიზაციის ამოცანების** ახელწოდებით არის ცნობილი. ამ ამოცანების ამოსახსნელად სკალარული (ერთმიზნობრივი) ოპტიმიზაციის ამოცანებისაგან განსხვავებით ოპტიმიზაციის მხოლოდ ტრადიციული მეთოდების გამოყენება საკმარისი არ არის (ძირითადად, მათემატიკური პროგრამირების მეთოდებს ვგულისხმობთ). როგორც წესი, მრავალკრიტერიუმიანი ამოცანების ამოხსნის პროცესში აუცილებელი ხდება ექსპერტული შეფასებების გამოყენებაც, რადგანაც შესაძლებელია, რომ ზოგიერთები აღნიშნულ კრიტერიუმთაგან წინააღმდეგობაში მოდიოდნენ ერთმანეთთან, სხვები ერთი მიმართულებით მოქმედებდნენ, დანარჩენების ურთიერთდამოკიდებულებას კი ინდიფერენტული ხასიათი ჰქონდეს.

დავუშვათ, გადაწყვეტილებათა U სიმრავლეზე განსაზღვრულია ეფექტურობის m კერძო კრიტერიუმი $F_1(u), F_2(u), \dots, F_m(u)$, რომელთა ერთობლიობა ქმნის **ვექტორულ კრიტერიუმს** - $F(u) = (F_1(u), F_2(u), \dots, F_m(u))$.

ზოგადობის შეუზღუდავად ვიგულისხმობთ, რომ გადაწყვეტილების მიმღები პირი ცდილობს მიღწეული იქნას თითოეული კერძო კრიტერიუმის მაქსიმალური მნიშვნელობა:

$$\max_{u \in U} \rightarrow F_i(u), \quad i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

თუ U_i^* -ით ($i = \overline{1, m}$) აღვნიშნავთ (5)-ის შესაბამის სიმრავლეებს, მაშინ ვექტორული კრიტერიუმის შესაბამისად, ცხადია, ოპტიმალურად უნდა იქნას მიჩნეული ნებისმიერი გადაწყვეტილება $u^* \in U^*$, სადაც, $U^* = \cap_{i=1}^m U_i^*$.

პრაქტიკულ ამოცანებში, ჩვეულებრივ, U^* სიმრავლე ცარიელია, რაც იმას ნიშნავს, რომ დასმულ მრავალკრიტერიულ ამოცანას არა აქვს ამონახსნი. მიუხედავად ამისა, მსგავს სიტუაციებში მაინც უნდა იქნას მიღებული გარკვეული გადაწყვეტილებები. ეს კი, ოპტიმალობის კლასიკური გაგების გადახედვის გარეშე ვერ მოხერხდება.

პირველ რიგში უნდა გაირკვეს გადაწყვეტილებათა ნებისმიერი წყვილის შედარების საკითხი ვექტორული F კრიტერიუმის შესაბამისად.

u გადაწყვეტილება v -ზე უკეთესია ვექტორული F კრიტერიუმის მიხედვით ($u \succ^F v$), თუ $F_i(u) \geq F_i(v)$, $i = \overline{1, m}$, ამასთან, ერთი მაინც უტოლობა მკაცრად უნდა სრულდებოდეს. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ u გადაწყვეტილება **დომინირებს** v -ზე, ხოლო v **დომინირებადი** გადაწყვეტილებაა.

u და v გადაწყვეტილებებს ეწოდება **ეკვივალენტური** F კრიტერიუმის მიხედვით ($u \sim^F v$), თუ $F_i(u) = F_i(v)$, $i = \overline{1, m}$.

სკალარული ოპტიმიზაციის ამოცანებისაგან განსხვავებით, ვექტორული ოპტიმიზაციის ამოცანებში გადაწყვეტილებათა ზოგიერთი წყვილის შედარების ობიექტური საფუძველი არ არსებობს.

u და v გადაწყვეტილებებს ეწოდება **შედარებადი**, თუ ადგილი აქვს ერთერთს შემდეგი სამი დამოკიდებულებიდან:

$$u \succ^F v, \quad v \succ^F u, \quad u \sim^F v.$$

გადაწყვეტილებათა არაშედარებადი წყვილების არსებობის შესაძლებლობა ვექტორული ოპტიმიზაციის მთავარ სპეციფიკურ თავისებურებას წარმოადგენს, რითაც განპირობებულია ექსპერტთა სუბიექტური შეფასებების გამოყენების აუცილებლობა.

მეცხრამეტე საუკუნის ბოლოს იტალიელმა მეცნიერმა **ვ. პარეტომ** შემოიღო ოპტიმალობის ცნება, რომელმაც უდიდესი როლი ითამაშა გადაწყვეტილებათა მიღებისა და ეკონომიკური თეორიების განვითარებაში.

გადაწყვეტილებას ეწოდება **ეფექტური (პარეტო-ოპტიმალური)**, თუ გადაწყვეტილებათა სიმრავლეში არ მოიძებნება მასზე უკეთესი გადაწყვეტილება ვექტორული კრიტერიუმის შესაბამისად, წინააღმდეგ შემთხვევაში - **არაეფექტური**.

მოყვანილი განმარტებიდან გამომდინარეობს, რომ ეფექტური გადაწყვეტილება არადომინირებადი.

ყველა ეფექტურ გადაწყვეტილებათა სიმრავლეს **პარეტოს სიმრავლე** ეწოდება და U^P -თი აღინიშნება.

ადვილი მისახვედრია, რომ გადაწყვეტილებათა ნებისმიერი წყვილი U^P -დან შედარებადი არ არის და ნებისმიერი არაეფექტური გადაწყვეტილებისათვის მოიძებნება ერთი მაინც გადაწყვეტილება U^P -დან, რომელიც მასზე დომინირებს.

პარეტო-ოპტიმალობის ცნების შემოტანა მნიშვნელოვნად ამარტივებს მრავალკრიტერიუმიანი გადაწყვეტილების მიღების პროცესს, რადგანაც იგი საშუალებას იძლევა განხილვიდან გამოვრიცხოთ არაეფექტური გადაწყვეტილებები.

პრაქტიკაში გავრცელებულ მრავალკრიტერიუმიანი გადაწყვეტილებების მიღების თითქმის ყველა მეთოდში გამოიყენება ექსპერტული შეფასებები, რომლებიც დაკავშირებულია, პირველ რიგში, გადაწყვეტილებათა მიმღები პირების პრიორიტეტების გამოვლენასთან ეფექტურობის კერძო კრიტერიუმებთან მიმართებაში.

განუსაზღვრელობის პირობებში გადაწყვეტილებათა მისაღებად შემუშავებულია სპეციალური მათემატიკური მეთოდები, რომლებიც თამაშთა თეორიაში განიხილება. იგი სათავეს 1944 წლიდან იღებს, როდესაც გამოქვეყნდა **ფ. ნეიმანისა და ო. მორგენშტერნის** ცნობილი მონოგრაფია "თამაშთა თეორია და ეკონომიკური ქცევა". მოგვიანებით თამაშთა თეორია პრაქტიკული მნიშვნელობის მქონე დამოუკიდებელ მათემატიკურ მიმართულებად ჩამოყალიბდა.

თამაშთა თეორია იკვლევს კონფლიქტურ სიტუაციებს, რომელთა მონაწილეების ინტერესები და მიზნის მიღწევის გზები განსხვავებულია ერთმანეთისაგან. მის მთავარ ამოცანას წარმოადგენს რაციონალური სამოქმედო რეკომენდაციების შემუშავება კონფლიქტში მონაწილე მხარეებისათვის შესაბამისი მათემატიკური მოდელების გაანალიზების საფუძველზე.

კონფლიქტური სიტუაციის გამარტივებულ მოდელს **თამაშს** უწოდებენ. თამაშების კლასიფიკაციას საფუძვლად სხვადასხვა კრიტერიუმი შეიძლება დაედოს. თამაშებში ერთმანეთს ორი ან მეტი მოწინააღმდეგის ინტერესები შეიძლება დაეჯახოს. პირველ შემთხვევაში თამაშს წყვილურს (ორი მოთამაშის თამაშს), ხოლო მეორეში - მრავლობითს (მრავალი მოთამაშის თამაშს) უწოდებენ.

სტრატეგიას თამაშთა თეორიაში უწოდებენ გადაწყვეტილების მიღების წესს, რომლითაც გაწერილია მოთამაშის ქმედებები აღნიშნული გადაწყვეტილების მიღების ყოველ ეტაპზე. **ოპტიმალური** ეწოდება სტრატეგიას, რომელიც თამაშის მრავალჯერ განმეორების შემთხვევაში უზრუნველყოფს მაქსიმალურად შესაძლებელ საშუალო მოგებას მოცემული მოთამაშისათვის.

თამაშების უმარტივეს სახეობას წარმოადგენს ორი მოთამაშის თამაში ნულოვანი ჯამით (მხარეების მოგებათა ჯამი ნულს უნდა უდრიდეს), ანუ **მატრიცული თამაშები**.

მატრიცულ თამაშებს ყველაზე მეტი გამოყენება აქვს პრაქტიკაში.

აღნიშნოთ A -თი და B -თი ამ ტიპის თამაშის მოთამაშეები. თამაში ორი სვლისაგან შედგება: თითოეული მოთამაშე ირჩევს, შესაბამისად, ერთერთ შესაძლო A_i ($i = \overline{1, m}$) და B_j ($j = \overline{1, n}$) სტრატეგიებს, ამასთან აღნიშნული არჩევანი ხორციელდება ისე, რომ არცერთმა იცის, თუ რომელი არჩევანი გააკეთა მოწინააღმდეგემ.

საერთოდ, თამაშთა უმრავლესობაში მიიჩნევენ, რომ მონაწილეთა ინტერესები რაოდენობრივ აღწერას ექვემდებარება, ანუ, თამაშის შედეგი (მოგება) გარკვეული რიცხვით განისაზღვრება.

აღნიშნოთ $\varphi_1(A_i, B_j)$ -ითა და $\varphi_2(A_i, B_j)$ -ით მოთამაშეთა მოგებები. ყველა i -სა და j -სათვის ადგილი უნდა ჰქონდეს თანაფარდობას:

$$\varphi_1(A_i, B_j) + \varphi_2(A_i, B_j) \equiv 0,$$

საიდანაც გამომდინარეობს რომ, თუ $\varphi_1(A_i, B_j) = \varphi(A_i, B_j)$, მაშინ $\varphi_2(A_i, B_j) = -\varphi(A_i, B_j)$.

A მოთამაშის მიზანია $\varphi(A_i, B_j)$ ფუნქციის მაქსიმიზაცია, ხოლო B -სი - იგივე ფუნქციის მინიმიზაცია.

შემოვიღოთ აღნიშვნა $\varphi(A_i, B_j) = a_{ij}$ და შევადგინოთ შემდეგი მატრიცა:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

მატრიცის სტრიქონები შეესაბამება A_i , ხოლო სვეტები - B_j სტრატეგიებს. A მატრიცას საგადამხდელო, ან უბრალოდ, **თამაშის მატრიცას** უწოდებენ, ხოლო ამ მატრიცის a_{ij} ელემენტს - A მოთამაშის **მოგებას**, თუ მან აირჩია A_i , ხოლო B -მ - B_j სტრატეგია.

თუ A მოთამაშე აირჩევს A_i სტრატეგიას, მაშინ ყველაზე უარეს შემთხვევაში (ვთქვათ, თუ მისი არჩევანი ცნობილი გახდებოდა B მოთამაშისათვის) იგი $\min_j a_{ij}$ -ს ტოლ მოგებას მიიღებს. მან უნდა დაუშვას ასეთი შესაძლებლობა, განიხილოს $\min_j a_{ij}$ მნიშვნელობათა სიმრავლე სხვადასხვა i -სათვის და უნდა აირჩიოს მისი ის მნიშვნელობა, რომლის დროსაც $\min_j a_{ij}$ მაქსიმალური იქნება:

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}.$$

α -ს თამაშის **ქვედა ფასი** ეწოდება, ხოლო A_{i_0} სტრატეგიას, რომელიც ამ მოგების მიღებას უზრუნველყოფს - **მაქსიმინური** სტრატეგია.

B მოთამაშემ სტრატეგიის არჩევისას უნდა იხელმძღვანელოს შემდეგი პრინციპით: B_j სტრატეგიის არჩევის შემთხვევაში მისი წაგება მატრიცის j -ური სვეტის მაქსიმალურ

ელემენტზე მეტი არ იქნება. აქედან გამომდინარე, მან უნდა განიხილოს $\max_i a_{ij}$ მნიშვნელობათა სიმრავლე სხვადასხვა j -სათვის და უნდა აირჩიოს მისი ის მნიშვნელობა, რომლის დროსაც $\max_i a_{ij}$ მინიმალური იქნება:

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij}.$$

β მნიშვნელობას თამაშის **ზედა ფასი** ეწოდება, ხოლო შესაბამის B_{j_0} სტრატეგიას - **მინიმალური სტრატეგია**.

A მოთამაშის ფაქტიური მოგება შემოსაზღვრულია თამაშის ქვედა და ზედა ფასებით.

თუ $\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = v$, მაშინ მატრიცულ თამაშს უწოდებენ **სრულად განსაზღვრულ თამაშს**, v მნიშვნელობას კი - **თამაშის ფასს**. ასეთი თამაშის მატრიცის $a_{i_0 j_0}$ ელემენტს, რომელიც ერთდროულად მინიმალურია i_0 სტრიქონში, ხოლო მაქსიმალური j_0 სვეტში - **უნაგირა წერტილი** ეწოდება, ამიტომ სრულად განსაზღვრულ თამაშს ზოგჯერ უწოდებენ **თამაშს უნაგირა წერტილით**.

უნაგირა წერტილი შეესაბამება მოთამაშეთა ოპტიმალურ სტრატეგიებს. მათი ერთობლიობა წარმოადგენს **თამაშის ამონახსნს**, რომელსაც შემდეგი თვისება გააჩნია: თუ ერთერთი მოთამაშე არჩევანს ოპტიმალურ სტრატეგიაზე აკეთებს, მაშინ მეორისათვის ოპტიმალური სტრატეგიიდან გადახვევა არ შეიძლება ხელსაყრელი აღმოჩნდეს მისთვის.

თამაშებში, სადაც უნაგირა წერტილები არ არსებობს, $\alpha < \beta$. ასეთ შემთხვევებში, ბუნებრივია, თითოეული მოთამაშე შეეცდება გარანტირებულზე უკეთესი შედეგის მიღწევას. კერძოდ, A მოთამაშე შეეცდება α -ზე მეტი მოგების მიღებას, ხოლო B მოთამაშე - β -ზე ნაკლების წაგებას. ასეთი ამონახსნის პოვნის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ მოთამაშეებმა უნდა გამოიყენონ არა ერთი, არამედ, რამდენიმე სტრატეგია და მათ შერჩევას შემთხვევითი ხასიათი უნდა ჰქონდეს. მოთამაშეთა მიერ სტრატეგიათა შემთხვევით შერჩევას **შერეული სტრატეგია** ეწოდება.

თამაშში $m \times n$ განზომილების მატრიცით A მოთამაშის (შერეული) სტრატეგიები მოიცემა ალბათობათა $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ნაკრებით, რომლებითაც მოთამაშე საწყის **წმინდა სტრატეგიებს** იყენებს. ეს ნაკრები წარმოადგენს m განზომილებიან ვექტორს, რომლის კომპონენტები უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს:

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

ანალოგიურად, B მოთამაშისათვისაც შეიძლება განესაზღვროთ $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ვექტორები, რომლებიც მის შერეულ სტრატეგიებს შეესაბამება.

A მოთამაშის მოგება შერეული სტრატეგიის გამოყენებისას განისაზღვრება როგორც მოგების მატემატიკური ლოდინი:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i y_j, \text{ ან } XAY' \text{ (ვექტორულ-მატრიცული ფორმით).}$$

თამაშთა თეორიის ძირითადი თეორემის თანახმად ყოველ სასრულ თამაშს აქვს ერთი მაინც ამონახსნი (შესაძლებელია შერეულ სტრატეგიებში).

ოპტიმალური სტრატეგიების გამოყენება თამაშის ფასის ტოლი მოგების მიღების საშუალებას იძლევა:

$$\alpha \leq v \leq \beta.$$

მოთამაშეთა ოპტიმალური სტრატეგიებისათვის ადგილი აქვს თანაფარდობას:

$$\max_X \min_Y XAY' = \min_Y \max_X XAY'.$$

A მოთამაშის მიერ ოპტიმალური X^* სტრატეგიის გამოყენებამ უნდა უზრუნველყოს არანაკლებ თამაშის v ფასის ტოლი მოგება იმის მიუხედავად, თუ როგორ სტრატეგიას გამოიყენებს B მოთამაშე:

$$\sum_{i=1}^m x_i^* a_{ij} \geq v, \quad j = \overline{1, n}. \quad (6)$$

ანალოგიურად, ოპტიმალურმა Y^* სტრატეგიამ B მოთამაშისათვის უნდა უზრუნველყოს წაგება, რომელიც არ უნდა აღემატებოდეს v -ს A მოთამაშის მიერ ნებისმიერი სტრატეგიის გამოყენების შემთხვევაში:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j^* \leq v, \quad i = \overline{1, m}. \quad (7)$$

თუ თამაშს უნაგირა წერტილი არა აქვს, თამაშის ამოხსნა მით უფრო რთულია, რაც უფრო დიდია m -ისა და n -ის მნიშვნელობები. ამიტომ თამაშთა თეორიაში შემუშავებულია ხერხები, რომელთა საშუალებით ერთი თამაშის ამოხსნა მეორე, უფრო მარტივი თამაშის ამოხსნაზე დაიყვანება (თამაშის მატრიცის განზომილების შემცირების საფუძველზე). მატრიცის განზომილების შემცირება შესაძლებელია მატრიციდან დუბლირებული და დომინირებული სტრატეგიების შესაბამისი სტრიქონების (სვეტების) გამორიცხვის გზით.

დუბლირებული ეწოდება ისეთ სტრატეგიებს, რომელთაც მატრიცაში ელემენტების ერთიდაიგივე მნიშვნელობები შეესაბამება, ანუ, იგი შეიცავს ერთიდაიგივე სტრიქონებს (სვეტებს). თუ მატრიცის i -ური სტრიქონის ყველა ელემენტი ნაკლებია ან ტოლი რომელიმე სტრიქონის შესაბამის ელემენტებზე, მაშინ A მოთამაშის A_i სტრატეგიას **დომინირებული სტრატეგია** ეწოდება. ხოლო, თუ მატრიცის j -ური სვეტის ელემენტები მეტია ან ტოლი რომელიმე სხვა სვეტის შესაბამის ელემენტებზე, მაშინ B მოთამაშის B_j სტრატეგიასაც დომინირებულ სტრატეგიას უწოდებენ.

მატრიცის განზომილების შემცირება შესაძლებელია აგრეთვე, თუ მას ისეთ ქვემატრიცებად დავყოფთ, რომლებშიც სვეტებისა და სტრიქონების ელემენტების ჯამი ერთმანეთის ტოლია. ამ დროს მატრიცაში წმინდა სტრატეგიების ნაცვლად შეიძლება შერეული სტრატეგიები ჩავართოთ. მატრიცის ელემენტები, რომლებიც შეესაბამება შერეულ სტრატეგიებს,

მიიღება შესაბამისი ელემენტების ჯამების შერეულ სტრატეგიებში გაერთიანებულ წმინდა სტრატეგიების რიცხვზე გაყოფით. თუ შერეული სტრატეგია ოპტიმალურია, მაშინ ალბათობები, რომლებითაც მასში შემავალი წმინდა სტრატეგიები გამოიყენება, ერთმანეთის ტოლია.

გრძელვადიანი მენეჯერული გადაწყვეტილებების მიღების ამოცანათა უმრავლესობა ერთჯერადი მატრიცული თამაშის სახით შეიძლება წარმოვადგინოთ, სადაც მეორე, პირობითი "მოთამაშის" წმინდა სტრატეგიების როლში გადაწყვეტილებათა მიღების გარემოს შესაძლო მდგომარეობები გამოდის. მდგომარეობათა ალბათური განაწილება შეიძლება როგორც ცნობილი (ასეთ შემთხვევებში ამბობენ, რომ გადაწყვეტილება მისაღებად **რისკის პირობებში**), ისე უცნობი იყოს (ამ დროს კი ამბობენ, რომ გადაწყვეტილება **განუსაზღვრელობის პირობებში** უნდა იქნას მიღებული).

რისკის პირობებში პრაქტიკაში ყველაზე გავრცელებულია გადაწყვეტილების მიღების **სავარაუდო ღირებულების მეთოდი**, რომლის თანახმად შეფასების კრიტერიუმს S_i სტრატეგიის სავარაუდო ღირებულება წარმოადგენს:

$$E(S_i) = \sum_{j=1}^m P_j a_{ij}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (8)$$

ამ უკანასკნელში $P_j, j = \overline{1, n}$ გადაწყვეტილებათა მიღების გარემოს მდგომარეობათა ალბათობებია.

განუსაზღვრელობის პირობებში გადაწყვეტილების მისაღებად ორი მიდგომა არსებობს:

- 1) გადაწყვეტილების მიმღებ პირს შეუძლია გამოიყენოს მის ხელთ არსებული ინფორმაცია, გამოცდილება და ინტუიცია გადაწყვეტილების გარემოს მდგომარეობათა სუბიექტური ალბათობებისა და თითოეული სტრატეგიის შესაბამისი უკუგების შესაფასებლად. ამ შემთხვევაში ოპტიმალური სტრატეგიის შესარჩევად შეიძლება გამოვიყენოთ ჩვენს მიერ ზემოთგანხილული სავარაუდო ღირებულების მეთოდი;
- 2) თუ განუსაზღვრელობის ხარისხი ძალზე მაღალია, გადაწყვეტილების მიმღებ პირს ურჩევნია არ გამოთქვას ვარაუდები გარემოს მდგომარეობათა ალბათობების შესახებ (ე.ი. საერთოდ არ გაითვალისწინოს ალბათობები), ან ტოლალბათურად მიიჩნიოს ისინი (რაც პრაქტიკულად ერთიდაიგივეა). ასეთი მიდგომის გამოყენების შემთხვევაში არსებობს სტრატეგიათა შერჩევის ოთხი შემდეგი კრიტერიუმი:

ვალდის კრიტერიუმი, რომელსაც ხშირად **მაქსიმინურ კრიტერიუმსაც** უწოდებენ, კონსერვატიზმის გამოვლინებასა და საიმედოობის დონის მაქსიმიზაციის მცდელობას ასახავს. ეს კრიტერიუმი გარემოს შესაძლო მდგომარეობებს წარმოადგენს როგორც "ჭირვეული და არაკეთილმოსურნე მოთამაშის" წმინდა სტრატეგიებს. აქედან გამომდინარე, კრიტერიუმის მიხედვით თითოეული სტრატეგიისათვის განისაზღვრება ყველაზე უარესი შესაძლო შედეგი, რის შემდეგაც იმ სტრატეგიას ენიჭება უპირატესობა, რომელსაც უარეს შედეგებს შორის საუკეთესო შედეგი შეესაბამება. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მოცემულ შემთხვევაში

ოპტიმალური სტრატეგია უზრუნველყოფს არანაკლებ თამაშის ქვედა ფასის ტოლი უკუგების მიღებას.

კრიტერიუმის კონსერვატული ბუნების გამო მისი გამოყენება ყველაზე უფრო გამართლებულია წვრილი კომერციული ფირმებისათვის, რადგანაც მათი სიცოცხლისუნარიანობა მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული იმაზე, თუ რამდენად მოახერხებენ ისინი შესაძლო ზარალის თავიდან აცილებას.

ყოველი სტრატეგიისათვის გურიეცის ალფა-კრიტერიუმის შესაბამისად განისაზღვრება გადაწყვეტილების d ინდექსი, რომელიც წაერმოადგენს მის ექსტრემალურ უკუგებათა საშუალოშეწონილ მნიშვნელობას. შემწონი პარამეტრის როლში გამოდის **ოპტიმიზმის α კოეფიციენტი**. სტრატეგიათა ინდექსები შემდეგნაირად იანგარიშება:

$$d_i = \alpha M_i + (1 - \alpha)m_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (9)$$

სადაც M_i და m_i , შესაბამისად, აღნიშნავს მაქსიმალურ და მინიმალურ უკუგებებს S_i სტრატეგიის არჩევის შემთხვევაში. ოპტიმალურად ის სტრატეგია მიიჩნევა, რომელსაც d -ს მაქსიმალური მნიშვნელობა შეესაბამება.

ოპტიმიზმის კოეფიციენტს 0-დან 1-მდე დიაპაზონში ნებისმიერი მნიშვნელობა შეიძლება მიენიჭოს, რითაც გადაწყვეტილების მიმღებ პირს მისი რისკთან დამოკიდებულების გამოხატვის საშუალება ეძლევა ოპტიმიზმის ამა თუ იმ ხარისხით. თუ გადაწყვეტილების მიმღებ პირი უკიდურესად პესიმისტური ბუნებისაა, მაშინ იგი გადაწყვეტს, რომ $\alpha = 0$. შედეგი იგივე იქნება, რასაც მაქსიმინური კრიტერიუმის გამოყენების შემთხვევაში მივიღებდით, ხოლო თუ იგი "გამოუსწორებელი ოპტიმისტია", ჩათვლის, რომ $\alpha = 1$. ეს კი იგივე შედეგს იძლევა, რასაც მაქსიმალური კრიტერიუმის გამოყენება მოგვცემდა.

ალფა-კრიტერიუმის საფუძველზე მიღებული გადაწყვეტილება დამოკიდებულია α -ს მნიშვნელობაზე, რომელიც, თავის მხრივ, დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორია გადაწყვეტილების მიმღები პირის რისკთან მიმართება. ეს კრიტერიუმი შეიძლება გამოიყენოს კომერციულმა ფირმებმა, მაგრამ საფუძველსმოკლებული ოპტიმიზმის ხარისხის შემთხვევაში მნიშვნელოვან დანაკარგებს შეიძლება ჰქონდეს ადგილი. აქედან გამომდინარე, გადაწყვეტილების მიმღებმა პირმა გარკვეული სიფრთხილე უნდა გამოიჩინოს ამ კრიტერიუმის გამოყენებისას.

სევიჯის კრიტერიუმის შესაბამისად ანალიზდება ის დანაკარგები, რომელიც შეიძლება მოყვეს არასწორი გადაწყვეტილების მიღებას. რომელიმე სტრატეგიის არჩევით გამოწვეული დანაკარგები იზომება როგორც გადაწყვეტილებათა მიღების გარემოს მოცემული მდგომარეობის შესაბამისი მაქსიმალური უკუგებისა და იმავე მდგომარეობის შემთხვევაში აღნიშნული სტრატეგიის შესაბამისი უკუგების სხვაობა. დანაკარგების გაზომვის არსი მარტივია. თუ არჩეული სტრატეგია, რომელიც ამა თუ იმ კონკრეტული მდგომარეობისათვის მაქსიმალურ უკუგებას უზრუნველყოფს, მაშინ დანაკარგს არ ექნება ადგილი. ნებისმიერი სხვა სტრატეგიის

არჩევისას, დანაკარგი წარმოადგენს განსხვავებას ფაქტიურ და იმ შედეგს შორის, რომელსაც ოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღების შემთხვევაში მივიღებდით.

ყველა შესაძლო დანაკარგს **დანაკარგების მატრიცის** სახით წარმოადგენენ, რომელიც საგანამდებლო მატრიციდან შემდეგნაირად მიიღება: ყოველ სვეტში ვპოულობთ მაქსიმალურ უკუგებას, რომელსაც შემდეგ ვაკლებთ ამავე სვეტის უკუგებათა თითოეულ მნიშვნელობას.

ირჩევს რა ისეთ სტრატეგიას, რომელიც რისკის შედარებით დაბალი ხარისხის პირობებში უკუგების დამაკმაყოფილებელ დონეს უზრუნველყოფს, გადაწყვეტილების მიმღები პირი სევიჯის კრიტერიუმის გამოყენებით აშკარად უარს ამბობს უკუგების მაქსიმიზაციაზე. ამიტომ მისი გამოყენება ყველაზე უფრო გამართლებულია დროის ხანგრძლივ პერიოდზე გათვლილ პროექტთა შეფასებისას.

ლაპლასის კრიტერიუმი ეყრდნობა ბაიესის პოსტულატს (რის გამოც მას ზოგჯერ **ბაიესის კრიტერიუმსაც** უწოდებენ), რომლის თანახმად, თუ გადაწყვეტილებათა გარემოს შესაძლო მდგომარეობების ალბათობები ცნობილი არ არის, მაშინ ისინი ტოლალბათურად უნდა მივიჩნიოთ.

აღნიშნული დაშვების პირობებში იანგარიშება თითოეული სტრატეგიის შესაბამისი საგარაუდო ღირებულება. ოპტიმალურად ითვლება ის სტრატეგია, რომლის საგარაუდო ღირებულება მაქსიმალურია (ანუ, ფაქტიურად ლაპლასის კრიტერიუმი საგარაუდო ღირებულების მეთოდის გამოყენებას გულისხმობს).

გადაწყვეტილების გარემოს შესაძლო მდგომარეობათა ტოლალბათობის დაშვება მოკლევადიანი პერიოდებისათვის არარეალურია. აქედან გამომდინარე, ლაპლასის კრიტერიუმის გამოყენებას უფრო მეტი ლოგიკური საფუძველი აქვს გრძელვადიანი პროგნოზირებისას, რომელსაც მსხვილი ფირმები ახორციელებს.

როგორც ვნახეთ, სხვადასხვა კრიტერიუმის გამოყენებისას გადაწყვეტილებათა ერთიანიმავე მატრიცისათვის სხვადასხვა სტრატეგიამდე მივყევართ. ეს იმას ნიშნავს, რომ გადაწყვეტილების მიღების პროცესი განუსაზღვრელობის პირობებში დიდად არის დამოკიდებული კონკრეტული კრიტერიუმის შერჩევაზე, რაც საკმაოდ რთულ პრობლემას წარმოადგენს. მაინც რომელ კრიტერიუმს უნდა მიენიჭოს უპირატესობა?

დამულ კითხვაზე ცალსახა პასუხი არ არსებობს. არჩევანი დამოკიდებულია კონკრეტულ სიტუაციაზე და პირად შეხედულებებზე (ანუ, გადაწყვეტილების მიმღები პირის ოპტიმისტურ, პესიმისტურ, კონსერვატულ თუ პროგრესულ ბუნებაზე).

პრაქტიკაში ხშირად გადაწყვეტილების მიღება ისეთ პირობებში უხდებათ, როდესაც მიზნები, შეზღუდვები და შედეგები, რომელიც სხვადასხვა შესაძლო ქმედებას შეიძლება მოყვეს, ზუსტად არ არის ცნობილი. ჩვეულებრივ, ინტუიციურად უზუსტობა თითქოსდა შემთხვევითობასთან უნდა იყოს გაიგივებული მისი ბუნებისაგან დამოუკიდებლად.

აღნიშნული შეხედულება გასული საუკუნის სამოცდაათიან წლებში სადავოდ მიიჩნია **ლ. ზადემ**. კერძოდ, მის სახელთან დაკავშირებულია ე.წ. **ბუნდოვანი** (არამკაფიო, მქრქალი) **სიმრავლის** (fuzzy set) ცნების შემოტანა, რამაც დასაბამი მისცა **ბუნდოვანი სიმრავლეების თეორიის** განვითარებას.

ლ. ზადეს აზრით, აუცილებლად უნდა განვასხვავოთ ერთმანეთისაგან შემთხვევითობა (randomness) და ბუნდოვნობა (fuzziness), რომელც უზუსტობის ძირითად წყაროს წარმოადგენს გადაწყვეტილებათა მიღების მრავალ პროცესში.

შემთხვევითობა გულისხმობს განუსაზღვრელობას, რომელიც ამა თუ იმ ობიექტის არაბუნდოვანი სიმრავლისადმი მიკუთვნება-არმიკუთვნებასთან არის დაკავშირებული, ხოლო ბუნდოვნობა - ობიექტთა კლასს, რომელთან მიმართებაში შეიძლება ვიმსჯელოთ ობიექტის მოცემული კლასისადმი მიკუთვნების ხარისხის სხვადასხვა შუალედურ გრადაციაზე სრულ მიკუთვნებასა და არმიკუთვნებას შორის. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, საუბარია ისეთი სახის ობიექტთა კლასებზე, სადაც შეუძლებელია მოვნიშნოთ იმ ელემენტების გამმოჯენელი მკაფიო

ობიექტთა $X = \{x\}$ ერთობლიობაში **ბუნდოვანი სიმრავლე** ეწოდება წყვილს

$$A = \{x, \mu_A(x)\}, x \in X,$$

სადაც $\mu_A(x)$ წარმოადგენს x -ის A -სადმი **მიკუთვნების ხარისხს**, ხოლო $\mu_A: X \rightarrow Y$ - ფუნქციას, რომელიც X -ს **მიკუთვნების** Y **სივრცეში** ასახავს. როდესაც Y მხოლოდ ორი რიცხვითი მნიშვნელობისაგან - 0-ისა და 1-ისაგან შედგება, მაშინ A არაბუნდოვანი სიმრავლეა და მისი მიკუთვნების ფუნქცია ემთხვევა არაბუნდოვანი სიმრავლის მახასიათებელ ფუნქციას.

ბუნდოვან პირობებში გადაწყვეტილებათა ფორმირებისადმი მიდგომას საფუძვლად უდევს ლოგიკური სქემა, რომლის არსი მიზნებისა და შეზღუდვების მიმართ სიმეტრიულობის დაშვებაში მდგომარეობს.

დავუშვათ, $X = \{x\}$ ალტერნატივათა მოცემულ სიმრავლეს წარმოადგენს. **ბუნდოვან მიზანს** (ან უბრალოდ, მიზანს) აიგივებენ ფიქსირებულ F სიმრავლესთან X -ში.

ჩვეულებრივი მიდგომის დროს გადაწყვეტილების მიღების პროცესში პრიორიტეტულობის (მიზნის) ფუნქციის გამოყენებით ხორციელდება ალტერნატივათა სიმრავლის წრფივი დალაგება. ბუნდოვანი მიზნის მიკუთვნების $\mu_F(x)$ ფუნქციის მიღება შესაძლებელია პრიორიტეტულობის ფუნქციისაგან ნორმალიზაციის გზით და იმავე ამოცანის გადაწყვეტას ემსახურება. სწორედ აღნიშნული ნორმალიზაცია ქმნის საფუძველს მიზნებისა და შეზღუდვების სიმეტრიულობის უზრუნველსაყოფად ბუნდოვან პირობებში.

ანალოგიურად, **ბუნდოვანი შეზღუდვა** (ან უბრალოდ, შეზღუდვა) C განიმარტება როგორც გარკვეული ბუნდოვანი სიმრავლე X -ში.

ბუნდოვანი გადაწყვეტილება, ან უბრალოდ, გადაწყვეტილება განიმარტება როგორც ბუნდოვანი სიმრავლე ალტერნატივათა სივრცეში, რომელიც მიიღება მოცემული მიზნებისა და

შეზღუდვების თანაკვეთით. ანუ, თუ გვაქვს ერთი ბუნდოვანი G მიზანი და ბუნდოვანი C შეზღუდვა, ბუნდოვანი D გადაწყვეტილება შემდეგნაირად განიმარტება

$$D = G \cap C.$$

შესაბამისად, $\mu_D = \mu_G \wedge \mu_C$.

ზოგად შემთხვევაში, როდესაც გვაქვს n მიზანი და m შეზღუდვა, მარეზულტირებელი გადაწყვეტილება განისაზღვრება როგორც ყველა მოცემული ბუნდოვანი მიზნისა და შეზღუდვის თანაკვეთა:

$$D = G_1 \cap G_2 \cap \dots \cap G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_m.$$

შესაბამისად

$$\mu_D = \mu_{G_1} \wedge \mu_{G_2} \wedge \dots \wedge \mu_{G_n} \wedge \mu_{C_1} \wedge \mu_{C_2} \wedge \dots \wedge \mu_{C_m}.$$

ბუნდოვანი გადაწყვეტილების მოყვანილ განმარტებაში იგულისხმება, რომ ყველა მიზანი და შეზღუდვა თანაბრად მნიშვნელოვანია. იმ შემთხვევებში, როდესაც ერთი მიზანი (შეზღუდვა) მეორეზე უფრო მნიშვნელოვანია, D გადაწყვეტილება შეიძლება განიმარტოს როგორც მიზნებისა და შეზღუდვების წრფივი კომბინაცია, რომელშიც წონითი კოეფიციენტებით ასახული უნდა იყოს მდგენელი ელემენტების პრიორიტეტულობა:

$$\mu_D(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(x) \mu_{G_i}(x) + \sum_{j=1}^m \beta_j(x) \mu_{C_j}(x),$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i(x) + \sum_{j=1}^m \beta_j \equiv 1.$$

ბუნდოვან პირობებში გადაწყვეტილებათა მიღების თეორიაში კიდევ მრავალი სხვა, საკმაოდ რთული ამოცანა განიხილება, რომელთა რიცხვს მიეკუთვნება მიზნებისა და შეზღუდვების ერთმანეთზე დამოკიდებულების ხარისხის გამოკვლევა, ბუნდოვანი ალგორითმების შემუშავება და რეალიზაცია, გადაწყვეტილების მიღების ამოცანა შერეულ პირობებში, როდესაც უზუსტობა როგორც შემთხვევითობის, ისე ბუნდოვნობის შედეგს წარმოადგენს და ა.შ.

ბოლოს გვინდა აღვნიშნოთ, რომ განუსაზღვრელობის პირობებში გადაწყვეტილებათა გამოსამუშავებლად არარაოდენობრივი მეთოდები გამოიყენება.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. ტ. კიკვაძე. გადანაცვლებათა მიღების მოდელები და მეთოდები. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 2013
2. ტ. კიკვაძე. მენეჯერული ეკონომიკის შესავალი (ნაწილი I). “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 2002
3. მ. ახოზაძე, ზ. თევდორაძე. არამკაფიო სიმრავლეები და მათი გამოყენების მაგალითები. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 2001
4. Ю. Н. Кузубов, В. И. Кузубов, А. Б. Волощенко. Математическое программирование. Москва, «Высшая школа», 1980
5. Р. Л. Кини, Х. Райфа. Принятия решений при многих критериях: предпочтения и замещения. Москва, «Наука», 1978
6. Jie Lu. Multi-objective group decision making. Imperial College Press, 2007
7. Cengiz Kahraman. Fuzzy multi-criteria decision making: Theory and Applications with Recent Developments. Springer, Istanbul, 2008
8. Katta G. Murty. Optimization for Decision Making: Linear and Quadratic Models. Springer, University of Michigan, 2009