

რეზიუმე

ნაშრომში წარმოდგენილი ეკოლოგიური პროცესების მოდელები გაანალიზებულია სინერგეტიკული მიდგომის თვალსაზრისით, რომელიც ემყარება მნიშვნელოვან პრაქტიკულ შედეგებს და ახალ ხედვას. ეკოლოგიური პროცესების მართვის მიზნით ეკოლოგიური პრობლემები განხილულია ახალი მეტოლოგიური პოზიციიდან. ნაჩვენებია, თუ როგორ გარდაიქმნება ერთი ტიპის ბიფურკაცია მეორეში შესაბამისი მმართველი ზემოქმედების შემოტანით. ეკოლოგიური პროცესის მმართველი პარამეტრების შერჩევის გზით მდგომარეობის სივრცეში შესაძლებელია სასურველ ატრაქტორზე გასვლა და უზრუნველყოფილ იქნეს თვითორგანიზება — მიზიდვა ინვარიანტულ მრავალსახეობისაკენ (ატრაქტორისაკენ) ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობის დროს.

საკვანძო სიტყვები: არანრფივი სისტემები, სისტემების მართვა, ეკოლოგიური პროცესი, სინერგეტიკა.

Nonlinear Dynamics of Ecological Processes

G.Chikadze, Professor of Gtu
V.Kekenadze, Professor of Gtu
I.Kutsia, Professor of Gtu

Summary

The models of ecological processes offered by authors rely on representations of synergetics which give important practical applications, and a new view. The generalizations offered in article create a basis for approach to the solution of environmental problems. From uniform methodological positions of nonlinear dynamics it is possible to analyse the wide range of the phenomena covering various environmental problems which lean on the principles of integrity and nonlinearity. By the choice of the operating parameters of ecological processes the exit to a desirable attractor and self-organization of system is carried out.

Keywords. Nonlinear systems, control systems, ecological process, synergetics

სინერგეტიკა ადგენს საერთო კანონზომიერებებს და ქმნის თეორიულ მოდელს ევოლუციის, თვითორგანიზაციის, ფიზიკურ-ქიმიური, ბიოლოგიური, ეკოლოგიური, სოციალური და გამოთვლითი სისტემებისათვის.

სინერგეტიკა დისციპლინათა შორის მიმართულებასაა მეცნიერებაში, რომელიც შეისწავლის რთული სისტემების თვითორგანიზებისა და ევოლუციის საერთო კანონზომიერებებს. სინერგეტიკის ზოგადსახისტემო

კანონზომიერებათა დადგენამ ნათელყო ცოცხალი და არაცოცხალი ბუნების სისტემათა მოწყობის ერთიანი — საყოველთაო სურათი.

მართვის სინერგეტიკული თეორია გვაძლევს საშუალებას ახლებურად დაისვას და შემდეგ ეფექტურად ამოიხსნას არანრფივი სისტემების მართვის ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნაც ვერ ხერხდება მართვის თეორიის კლასიკური მეთოდებით. როგორც ცნობილია, დინამიკური სისტემის ფუნქციონირების პროცესში მისი წონასწორული მდგომარეობები სისტემის პარამეტრების ცვლილების გამო ხშირად კარგავენ მდგრადობას, რის შედეგადაც სისტემაში წარმოიშობიან მიუღწევადი, მცირე ამპლიტუდის მქონე პერიოდული რხევები. პარამეტრების ასეთ მნიშვნელობას უწოდებენ სისტემის ბიფურკაციის წერტილებს. ბიფურკაციის მომენტში სისტემა ხდება სტრუქტურულად არამდგრადი, რაც დაკავშირებულია მისი ფაზური პორტრეტის ცვლილებასთან. ე.ი. სტრუქტურულად არამდგრადი სისტემები მგრძნობიარენი არიან მცირე გარეშე ზემოქმედებაზეც კი. ამისათვის მნიშვნელოვანი ხდება სხვადასხვა ბუნების მქონე ობიექტების მართვა არაძალისმიერი მართვის თანამედროვე შესაძლებლობების გამოყენებით. ბიფურკაციის წერტილების ამოცანებს ვხვდებით მართვის თეორიაში, მექანიკაში, ბიოლოგიაში და ა.შ. [1,2].

სტატიაში წარმოდგენილია არანრფივი დინამიკური ობიექტების მართვის ეფექტური კანონების სინთეზის სინერგეტიკული მეთოდი, რომელიც წარმატებით შეიძლება გამოვიყენოთ ეკოლოგიური სისტემის მართვის ამოცანების გადაწყვეტისას, რომლებშიც შესაძლოა წარმოიქმნეს ბიფურკაციისა და ქაოსის მოვლენები. აქვე განხილულია მართვის თეორიის მეთოდების გამოყენების მაგალითი მარტივი არანრფივი ობიექტისათვის, რომელშიც მართვის ფუნქციონირების გარეშე წარმოიქმნება კატასტროფული მოვლენები.

განვიხილოთ რომელიმე ბიოლოგიური პოპულაციის ოპტიმალურ დონეზე შენარჩუნების ამოცანა, რომელიც საკვების მოპოვების კონკურენციის გათვალისწინებით აღინერება შემდეგი სახის განტოლებით [1,3]:

$$\dot{x}(t) = \alpha x - \beta x^2 - \mu, \quad (1)$$

სადაც: x - პოპულაციის კონკრეტულ სახეობაში წარმომადგენელთა რაოდენობა; α, β - დადებითი რიცხვები; μ - მმართველი პარამეტრია. (1) განტოლებით შეიძლება, კერძოდ, აღვწეროთ თევზჭერის მოდელი. μ - ამ შემთხვევისათვის წარმოადგენს თევზჭერის კვოტას. თავდაპირველად დავუშვათ,

რომ $\mu = \mu_0$ - წინასწარ მოცემული სიდიდეა. მოვ-
ძებნოთ თევზჭერის შესაძლო მაქსიმალური კვოტა.
ამისათვის (1) განტოლების მარჯვენა მხარე გავა-
წარმოთ x - ის მიხედვით და შედეგი გავუტოლოთ
ნულს, მივიღებთ:

$$x_{\max} = \frac{\alpha}{2\beta} \quad \text{და} \quad \mu_0 = \frac{\alpha^2}{4\beta}. \quad (2)$$

გამოვიკვლიოთ (1) განტოლება თვისობრივად.
ამისათვის თავდაპირველად შევისწავლოთ მისი სტა-
ციონალური მდგომარეობა:

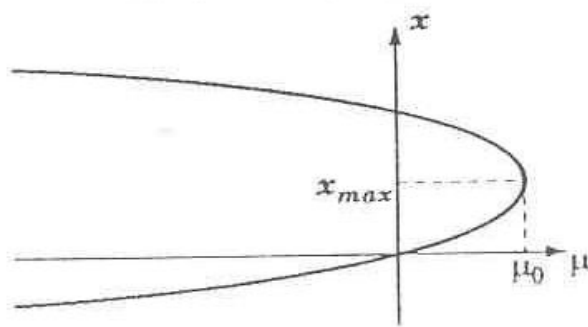
$$\alpha x_s - \beta x_s^2 - \mu = 0. \quad (3)$$

(3)-დან განვსაზღვროთ დამოკიდებულება $x_s(\mu)$:

$$x_s = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta\mu}}{2\beta}, \quad (4)$$

რომლის გრაფიკული სახეც $\alpha = \beta = 1$ პირობის
შემთხვევაში წარმოდგენილია ნახ. 1-ზე.

$x_s(\mu)$ დამოკიდებულების გრაფიკს გააჩნია ორი
ტოტი, რომლებიც ერთმანეთს ერწყმებიან μ და
 x_s იმ მნიშვნელობებისათვის, რომლებიც განსაზ-
ღვრული არიან (2) პირობით. ამ მოვლენას უწოდებ-
ენ ბიფურკაციულს და "წერტილს, რომლის კოორ-
დინატებიც გამოითვლებიან (2) გამოსახულებით,
უწოდებენ სისტემის ბიფურკაციულ წერტილს.



ნახ.1

გამოვიკვლიოთ სისტემა ამ წერტილის მიდამო-
ში. ამისათვის შემოვიღოთ გადახრა $y = x - q_0$ და
ჩავსვათ პოტენციალური ფუნქციის გამოსახულება-
ში, რომელსაც ჩვენი შემთხვევისათვის აქვს სახე:

$$V = \frac{\mu - 1}{2} x^2 + \frac{1}{4\beta} x^4. \quad (5)$$

მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ მოძ-
რობის განტოლებას:

$$\dot{y}(t) = \alpha q_0 - \beta q_0^2 + (\alpha - 2\beta q_0)y - \beta y^2 - \mu$$

(6)

სადაც: q_0 - წერტილის კოორდინატაა.

უკანასკნელი განტოლების თვისება დამოკიდე-
ბულია μ მმართველ პარამეტრის მნიშვნელობაზე.

შევირჩიოთ ოპტიმალური მნიშვნელობა $\mu = \mu_0$ და
 $q_0 = x_{\max}$, რომლებიც უზრუნველყოფენ თევზჭ-
ერის მაქსიმალურ კვოტას. შედეგად მივიღებთ გან-
ტოლებას

$$\dot{y}(t) = -\beta q_0^2, \quad (7)$$

რომლის ამონახსნსაც აქვს სახე:

$$y(t) = \frac{y_0}{\beta q_0^2 t + 1}. \quad (8)$$

(8) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ (7) განტოლებ-
ის ამონახსნი მდგრადია (როცა $y = 0$) საწყისი
პირობებისათვის $y_0 = x_0 - x_{\max} > 0$, და არამ-
დგრადია (როცა $y \rightarrow 0$) პირობებისათვის $y_0 < 0$
. აქედან გამომდინარეობს მნიშვნელოვანი დასკვნა:
(7) საწყისი განტოლების ამონახსნი, რომელიც აღ-
წერს პოპულაციის მდგომარეობას მდგრადია, როცა

$x_{\max} = \frac{\alpha}{2\beta}$ მხოლოდ იმ საწყისი პირობებისათვის,
რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას $x_0 > x_{\max}$, და
არამდგრადია, როცა $x_0 < x_{\max}$.

ამრიგად, თევზჭერის კვოტის ოპტიმიზაციას
 $u = \mu_0 = \text{const}$ ხისტი მართვის შემთხვევაში მიეც-
ავართ დამყარებული მდგომარეობის არამდგრა-
დობამდე, რაც მცირე ფლუქტუაციების არსებობის
შემთხვევაში იწვევს პოპულაციის განადგურებას,
კატასტროფას. ეს კი შედეგია ბიფურკაციის წერ-
ტილით გამოწვეული მოვლენისა, რომელიც შეესა-
ბამება თევზჭერის მაქსიმალურ ხისტ გეგმას. აღწ-
ერილი მოვლენა შეისწავლება თანამედროვე არან-
რფივი სისტემების დინამიკასა და სინერგეტიკაში [1].

ახლა ვაჩვენოთ, თუ როგორ შეიძლება მართვის
თეორიის გამოყენებით თავიდან ავიცილოთ პოპუ-
ლაციის კატასტროფული განადგურება, რომელიც
გამოწვეული იყო თევზჭერის მაქსიმალურად ხისტი
გეგმით. გამოვიყენოთ (6) განტოლება და μ მმართ-
ველი პარამეტრი განვიხილოთ როგორც y -ის ფუნ-
ქცია. ე.ი. ხისტი გეგმა $\mu = \mu_0$ შევცვალოთ უკუკავ-
შირით:

$$\mu(y) = -\alpha q_0 + \beta q_0^2 - \gamma \mu. \quad (9)$$

უკანასკნელი გამოსახულების გათვალისწინებით

(6) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\dot{y}(t) = (\alpha - 2\beta q_0 - \mu)y - \beta y^2 \quad (10)$$

თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას $\eta = \alpha - 2\beta q_0 - \mu$, მაშინ (10) განტოლება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\dot{y}(t) = \eta y - \beta y^2 \quad (11)$$

რომლის ამონახსნიცაა:

$$y(t) = \frac{\eta y_0}{\eta e^{-\eta t} - \beta y_0 (e^{-\eta t} - 1)} \quad (12)$$

თუ შევირჩევთ $\eta < 0$, ე.ი. $\gamma > \alpha - 2\beta q_0$, მაშინ (12) გამოსახულებიდან მივიღებთ, რომ როცა $t \rightarrow \infty$, მაშინ გადახრა $y \rightarrow 0$. ეს კი ნიშნავს რომ (12) გამოსახულება ასიმპტოტურად მდგრადია $y = 0$ -ის მიმართ. აქედან გამომდინარეობს, რომ $\mu(y)$ მართვა უზრუნველყოფს პოპულაციის მოცემულ q_0 დონეზე შენარჩუნებას. ამასთან ეს მნიშვნელო-

$$q_0 = x_{\max} = \frac{\alpha}{2\beta}$$

ბა შეიძლება იყოს ოპტიმალურიც

$\mu(y)$ -ის გათვალისწინებით (1) განტოლება $x(t)$ სან-ყისი ცვლადის მიმართ შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\dot{x}(t) = (\alpha - y)x - \beta x^2 + \frac{\mu}{2\beta} - \frac{\alpha^2}{2\beta} \quad (13)$$

თუ დავუშვებთ, რომ $\gamma = \beta q_0 = \frac{\alpha}{2}$, მაშინ (13) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\dot{x}(t) = \left(\frac{\alpha}{2} - \beta x \right) x \quad (14)$$

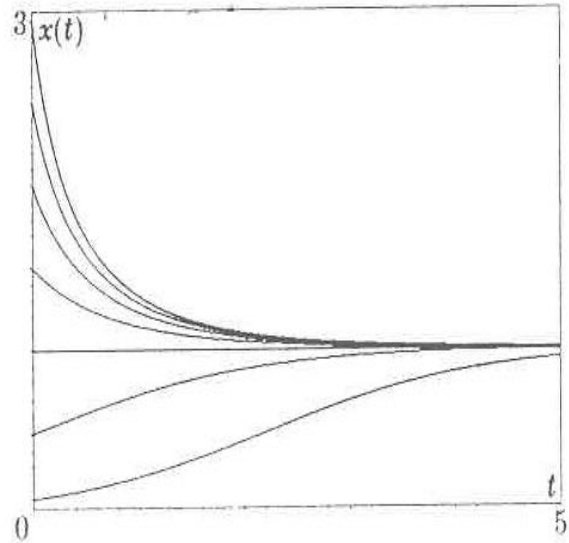
რომელიც აღწერს კრიტიკულ ბიფურკაციას და წარმოადგენს ცნობილ ლოგისტიკურ განტოლებას [2]. ამ განტოლების ამონახსნს აქვს სახე:

$$x(t) = \frac{\alpha x_0}{\alpha e^{\frac{\alpha}{2}t} - 2\beta x_0 \left(e^{\frac{\alpha}{2}t} - 1 \right)} \quad (15)$$

იგი ასიმპტოტურად მდგრადია

$$x_s = \frac{\alpha}{2\beta}$$

ატრაქტორის მიმართ და შეესაბამება თევზჭერის ოპტიმალურ კვოტას. ნებისმიერი საწყისი პირობების შემთხვევაში სინთეზირებული სისტემა ყოველთვის გამოდის ამ მდგომარეობაზე, რაც მტკიცდება ნახ. 2-ზე წარმოდგენილი მრუდებით, რომლებიც მიღებული არიან სისტემის მოდელირების შედეგად.



ნახ. 2

ამრიგად, (γ) უკუკავშირის შემოტანით მართვის კანონმა საშუალება მოგვცა გადავსულიყავით ბიფურკაციიდან (რომელიც მომავალში გამოიწვევდა კატასტროფას) ლოგისტიკურ განტოლებაზე, რომელსაც გააჩნია თვითორგანიზების თვისება. ამასთან, შესაძლებელია განვხილოთ ჭევეჭერის მოცემული კვოტა, რომელიც შესაძლებელია იყოს მაქსიმალურიც. უკუკავშირში γ კოეფიციენტის მცირე გადახრა გამოიწვევს მწარმოებლობის მცირე დაწევას და არა კატასტროფას, ხისტი გეგმის $u = \mu_0 = \text{const}$ არჩევის შემთხვევაში.

მიუხედავად იმისა, რომ წარმოდგენილი ფაქტი გამოვლენილი იქნა თევზჭერის მართვით მაგალითზე, იგი წარმატებით შეიძლება გამოვიყენოთ ყველა ისეთი არანრფივი სისტემის მართვის ამოცანების გადანყვეტისას, რომლებშიც შესაძლოა წარმოიქმნეს ბიფურკაციისა და ქაოსის მოვლენები. ცხადია, რომ (μ) მმართველი პარამეტრის შერჩევის გზით შესაძლებელია სისტემა ნებისმიერი საწყისი პირობიდან გავიყვანოთ მისი მდგომარეობათა სივრცის სასურველ ატრაქტორზე და ვუზრუნველყოთ მიმართული თვითორგანიზება-მიზიდვა ინვარიანტული მრავალსახეობისაკენ (ატრაქტორისაკენ).

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. მართვის თეორია, სინერგეტიკა. პროფ. ა.გუგუშვილის და პროფ. რ.ხუროძის რედაქციით. ნაწ.3, თბილისი, 2000. 869გვ.
2. ვ.სესაძე, ნ.სესაძე. სინერგეტიკა, არანრფივი სისტემების სინთეზი. თბილისი, 2009. 189 გვ.
3. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М.:Энергоатомиздат, 2004.320с.