

სექცია 2. პროვნული ეკონომიკის ღარგების განვითარების პირითაღი მიმართულებები

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМА ГЕЙЛА-ШЕПЛИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Меркулова Т.В.

д.э.н., профессор

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

Зубова В.В.

преподаватель

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

ANNOTATION

This paper is devoted to matching theory applications in economics and especially in banking. The stable marriage problem and the Gale-Shapley algorithm are reviewed as well as their applications. The Gale-Shapley algorithm with quotas is considered as an effective method to solve variety of problems in banking. We demonstrate this with the problem of banking products distribution among the bank's clients, that is presented as a stable marriage problem with quotas. The set of banking products and services, on the one hand, and the set of their potential consumers (clients), on the other hand, are considered as elements for matching problem. Clients have individual preferences of banking products and services. For each product from the set the bank, in turn, ranks clients as potential consumers. Products can have quotas (number of clients, credit resource, etc.). The developed software allows to solve problems of different dimensions.

ВВЕДЕНИЕ

В 2012 году Нобелевскую премию в области экономики получили двое американских ученых Элвин Рот (Гарвардский университет) и Ллойд Шепли (университет Калифорнии) за результаты в теории коалиционных игр. На их основе были созданы практические алгоритмы, которые заменяли рыночное взаимодействие во многих отраслях деятельности, где оно невозможно или неэффективно [3]. «Сочетание основ теории Ллойда Шепли с эмпирическими исследованиями, экспериментами и практическими моделями Элвина Рота создали поле для исследования и улучшения производительности многих рынков» [5].

Экономисты отмечают, что метод распределения, предназначенный для решения задачи матчинга, основанный на алгоритме Гейла-Шепли и усовершенствованный Е. Ротом, может быть использован во многих ситуациях нерыночного взаимодействия для решения задач распределения ресурсов, трудоустройства и др.

В данной работе рассматривается применение алгоритма Гейла-Шепли в банковской деятельности на основе задачи 2-х стороннего матчинга с квотами. Работа имеет структуру: введение, базовая модель марьяжа, основные направления использования теории матчинга; проблема оптимального распределения банковских услуг, как задача матчинга с квотами.

БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ МАРЬЯЖА

В 1962 году в журнале American Mathematical Monthly появилась работа «Поступление в колледж и стабильность браков» (College admission and the stability of marriage) математиков Дэвида Гейла (университет Брауна) и Ллойда Шепли (Принстонский университет) [1]. В этой работе, которая относилась к теории коалиционных игр, ученые рассматривали формальную задачу, которая позже получила название «задача (модель) марьяжа».

Рассмотрим два множества экономических агентов (индивидов): $M = \{m_1, \dots, m_n\}$ - агенты, и $W = \{w_1, \dots, w_m\}$ - контрагенты. Каждый агент имеет свои предпочтения среди контрагентов, и каждый контрагент имеет свои предпочтения среди агентов. Предпочтения представлены в виде упорядоченного списка элементов множества, т.е. каждый агент имеет упорядоченный список предпочитаемых контрагентов и наоборот. Матчинг представляет собой множество пар агент/контрагент, составленных по некоторому правилу. Матчинг может быть составлен случайным образом: выбор элементов в пару осуществляется случайно, независимо от их предпочтений. Такой матчинг может быть улучшен с учетом предпочтений, если можно составить пары, в которых партнеры будут более предпочтительны друг другу. Если матчинг нельзя улучшить в этом смысле, то он является стабильным: ни один из участников матчинга не сможет составить пару с более предпочтительным партнером. Рассмотрим простой пример: нужно составить пары из 3-х агентов и 3-х контрагентов с заданными предпочтениями в порядке убывания (табл.1)

Табл.1

Исходные данные матчинга (пример)

Агенты	Предпочтения агентов (номера контрагентов)	Контрагенты	Предпочтения контрагентов (номера контрагентов)
A	а, с, в	а	A, B, C
B	в, а, с	в	B, C, A
C	с, в, а	с	C, B, A

Допустим, случайным образом составлены пары (A, а), (B, с), (C, в). Очевидно, что оно может улучшено, т.к. устойчивым матчингом здесь является набор пар $\{(A, а); (B, в); (C, с)\}$, в котором пары составлены по наиболее предпочтительному для обоих партнеров варианту.

В теореме Гейла-Шепли доказано, что в любой модели марьяжа существует хотя бы один устойчивый матчинг, и предложен алгоритм его построения (алгоритм отложенного принятия предложений агентов). Суть его в следующем.

Шаг 1. а) каждый агент делает предложение номеру 1 в своем списке (если у него есть приемлемые кандидатуры).

б) каждый контрагент отвергает сразу всех неприемлемых кандидатур, и, если он получил более одного приемлемого предложения, «откладывает» наиболее приемлемое предложение, а другие - отвергает.

Шаг k. а) любой агент, отвергнутый на $k - 1$ шагу, делает новое предложение следующей приемлемой кандидатуре-контрагенту из списка, который ему еще не отказал. Если приемлемых вариантов у него не осталось, то он не делает больше предложений.

б) каждый контрагент оставляет одно наиболее приемлемое предложение, которое было получено им до момента времени k , другие - отвергает.

Когда не делается ни одно из предложений - алгоритм останавливается и создается матчинг из пар: агент и контрагент, чье предложение он оставил. Результатом работы алгоритма всегда является устойчивый матчинг [3]. Кроме того, если все предпочтения в двустороннем профиле строгие, то множество устойчивых матчингов имеет M -оптимальный устойчивый матчинг, который для любого агента не хуже других устойчивых матчингов, и, аналогично, W -оптимальный устойчивый матчинг [2, с.63].

Классический вариант алгоритма Гейла-Шепли подробно рассмотрен в работах [1, 4, 7, 8, 9; 10; 11]. В задачи марьяжа существует несколько обобщений: неравное количество партнеров (агентов и контрагентов), квоты (неединственность выбора) и др., которые используются для решения задач матчинга в различных сферах.

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕОРИИ МАТЧИНГА

Первоначальными примерами применения модели марьяжа в экономической сфере являются задачи о выборе колледжа (она фигурировала в названии оригинальной работы [1]), о трудоустройстве (подборе кадров, [12, с.45]), о распределении выпускников (задача о подборе пар в агентствах знакомств также имеет определенный экономический аспект). В задаче о выборе колледжа (более широко, это задача об абитуриентах) агентами выступают студенты, а контрагентами - учебные заведения. Особенность этой задачи состоит в том, что учебные заведения могут принимать более одного студента. Такая модель применяется при распределении абитуриентов на бюджетные места в высших учебных заведениях Украины, и эта задача решается с использованием алгоритма Гейла-Шепли.

Модель марьяжа «фирмы-работники», где существует множество фирм и работников. Каждый работник имеет свои предпочтения относительно фирм, где он хотел бы работать, а каждая фирма - относительно работников. Примером такой модели является задача распределения молодых врачей, которая была предложена Э. Ротом [12, с.32]. Алгоритм Гейла-Шепли применяется в различных сферах, в частности, в трансплантологии при подборе органов для трансплантации и пациентов [5]. Одним из последних направлений применения данного алгоритма стали различного рода рынки [5]. Так, было установлено, что механизм цены-оплаты вполне можно встроить в алгоритм, что оказалось полезным для изучения функционирования интернет-аукционов, которые отличаются от обычных [6].

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМА ГЕЙЛА-ШЕПЛИ В БАНКОВСКОЙ СФЕРЕ

Эффективность функционирования банка зависит от успешного решения проблемы обеспечения качественными услугами клиентов с минимальными рисками для самой банковской организации. Для этого предлагается использовать модель марьяжа и решение задачи матчинга с помощью алгоритма Шепли с квотами.

Рассмотрим банк, который характеризуется перечнем предоставляемых услуг. Предположим, что существует группа потребителей этих услуг (клиенты банка), у каждого из которых есть предпочтения этих услуг (список приоритетов). Условия предоставления той или иной банковской услуги зафиксированы в рамках системы риск-менеджмента банка. Эта система определяет, таким образом, приоритет каждого потребителя (клиента) для получения той или иной услуги, т.е. предпочтения банка в предоставлении услуги тем или иным клиентам. Здесь могут учитываться различные характеристики клиента (платежеспособность, надежность, возраст и т.д., это зависит от содержания услуги и политики банка). Таким образом, в данной модели агентами являются услуги банка, контрагентами – клиенты (потребители услуг).

Задача матчинга здесь состоит в том, чтобы распределить банковские услуги по потребителям таким образом, чтобы предпочтения обеих сторон были учтены наилучшим образом. В этом случае клиент получит наиболее предпочтительные для себя услуги, которые возможны с учетом его оценки со стороны банка, который предоставит свои услуги с минимальным риском. Предоставление банковских услуг ограничено квотой q_i , в качестве которой могут быть использованы количество предоставляемых услуг или объем распределяемых по этой услуге ресурсов (например, объем кредитных ресурсов). Для решения данной задачи нами использован алгоритм Гейла-Шепли с учетом квот, и его реализация была выполнена с помощью языка Python.

Рассмотрим пример: распределение кредитов среди потенциальных заемщиков. Банк может выдать 2 вида кредитов: $N = \{n_1, n_2\}$ – множество услуг банка в сфере кредитования. Имеется 10 заемщиков: $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9, m_{10}\}$ - множество клиентов, желающих получить

Предпочтения клиентов имеют следующий вид: $m_1: n_1 > n_2$; $m_2: n_1 > n_2$; $m_3: n_1 > n_2$; $m_4: n_2 > n_1$; $m_5: n_2 > n_1$; $m_6: n_2 > n_1$; $m_7: n_1 > n_2$; $m_8: n_1 > n_2$; $m_9: n_2 > n_1$; $m_{10}: n_2 > n_1$.

На основе системы оценивания клиентов получен такой профиль предпочтений банка по каждому кредиту:

$$n_1: m_1 > m_3 > m_5 > m_2 > m_{10} > m_4 > m_9 > m_8 > m_6 > m_7$$

$$n_2: m_2 > m_1 > m_4 > m_3 > m_5 > m_6 > m_8 > m_{10} > m_7 > m_9$$

Банк может выдать первый вид кредита трем заемщикам, второй – семи, т.е. квоты услуг – $q = \{q_1, q_2\} = \{3; 7\}$.

В результате решения задачи матчинга получаем такое распределение кредитов среди клиентов:

$$n_1: \{m_1, m_3, m_2\}$$

$$n_2: \{m_4, m_5, m_6, m_{10}, m_8, m_9\}$$

Отметим, что клиент m_7 получился безматчинговым: он не получил 1-го вида кредита из-за низкого рейтинга при малой квоте этой услуги, а другая услуга в его предпочтениях не была заявлена. Данный матчинг является устойчивым, т.е. он не может быть улучшен индивидуально или с помощью пары.

Выводы

По нашему мнению, алгоритм Гейла-Шепли с квотами может быть полезным инструментом решения различных задач, возникающих в банковской деятельности. Мы показали это на примере модели марьяжа, которая была сформулирована для решения задачи распределения банковских услуг среди клиентов банка. Разработанное программное обеспечение позволяет решать задачи разной размерности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Gale D.; Shapley L.S.. College Admissions and the Stability of Marriage. The American Mathematical Monthly, Vol. 69, No. 1 (Jan., 1962), 9-15.
2. Balinski M. and Sonmez T.. A tale of two mechanisms: Student placement. J. Econom. Theory, 84 (1): 73-94, 1999.
3. Gale D. and Sotomayor M. Some remarks on the stable matching problem. Discrete Applied Mathematics, Vol. 11, pp.223-232, 1985.
4. Serrano R. Cooperative games: core and Shapley value. In Encyclopedia of Complexity and Systems Science. Edited by R. Meyers. New York: Springer, 2009.
5. Stable matching: Theory, evidence and practical design. Material of the Royal Sweden Academy of sciences. The prize in economic sciences 2012.
6. Roberto-Medina A., Implementation of stable solution in a restricted matching market. Review of Economic Design, 3(2): 137-147, 1998.
7. Halldorsson M.M., Iwana K., Miyazaki S. and Yanagisawa H. Randomized approximation of the stable

marriage problem. Theoretical Computer Science, Vol. 325, No. 3, pp. 439-465, 2004

8. Dubins L.E., Freedman D.A. Machiavelli and the Gale-Shapley Algorithm. The American Mathematical Monthly, Vol. 88, No. 7. (Aug-Sep., 1981), pp. 485-494.

9. Biro Peter. Student Admissions in Hungary as Gale and Shapley Envisaged. Technical Report. Department of Computing Science. University of Glasgow, UK. Glasgow G12 8QQ, TR-2008-291. October 2008.

10. Braun S., Dwenger N., and Kubler D.. Telling the truth may not pay off: An empirical study of centralized university admission in Germany. 2007. SFB 649 Discussion Paper 2007-070.

11. Roth A.E. and Sotomayor M. Two-sided matching, volume 18 of Econometric Society Monographs. Cambridge University Press, Cambridge, 1990. A study in game-theoretic modeling and analysis, With a foreword by Robert Aumann.

12. Roth, A.E. (2008) "Deferred Acceptance Algorithms: History, Theory, Practice and Open questions", *Internat. J. Game Theory*, vol. 36.