

საქართველოს მაკროეკონომიკური მაჩვენებლების ანალიზი ფრანგიშვილი-ობგაძის მათემატიკური მოდელის საფუძველზე

თამაზ ობგაძე, მაია შევარდენიძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

ფრანგიშვილი-ობგაძის მათემატიკური მოდელის საფუძველზე, კეინსის წონასწორული ეკონომიკისათვის, შეისწავლება საქართველოს მაკროეკონომიკური მაჩვენებლების დინამიკა. კვლევისათვის გამოყენებულია მთლიანი შიდა პროდუქტის (მშპ) აგრეგირებული სიდიდე. სამუელსონ-ჰიქსის კოეფიციენტის სიდიდე საქართველოსთვის გამოითვლება საქ. სტატისტიკის ეროვნული სამსახურის მონაცემების საფუძველზე 2010-19წ. პერიოდისთვის. არსებული მონაცემების არანაყოფიერ რეგრესიის საფუძველზე დაყრდნობით, ასევე, აგებულია მოხმარების ფუნქცია. ამ შედეგების საფუძველზე, ფრანგიშვილი-ობგაძის ეკონომიკური დინამიკის შესაბამისი განტოლების ამოხსნის დახმარებით, შეისწავლება მშპ-ს დინამიკა, რაც თავის მხრივ საშუალებას იძლევა გამოვთვალოთ საშუალო ხელფასისა და უმუშევრობის კოეფიციენტის დინამიკა უახლოეს წლებში.

საკვანძო სიტყვები: უმუშევრობა. ეკონომიკური დინამიკა. მთლიანი შიდა პროდუქტი.

THE ANALYSIS OF MACROECONOMIC PARAMETERS OF GEORGIA ON THE BASIS OF PRANGISHVILI-OBGADZE MATHEMATICAL MODEL

Tamaz Obgadze, Maia Shevardenidze
Georgian Technical University

SUMMARY

On the basis of mathematical model Prangishvili-Obgadze, for Keynes's equilibrium economy, this article studies the dynamics of macroeconomic parameters of Georgia. The aggregated size of the GDP is used for our research. The Samuelson-Hicks coefficient for Georgia is calculated based on the data of the National Statistics Office of Georgia for 2010-2019. For the period. Function of consumption is also being developed on the basis of polynomial regresses of the available data. Through these results along with solving the corresponding equation of economic dynamics Prangish-

vili-Obgadze, dynamics of the GDP is calculated that allows calculation of dynamics of the average salary and factor of unemployment in the nearest years.

1. შესავალი

თანამედროვე ეკონომიკას ახასიათებს დეპრესიისა და გაჯანსაღების პერიოდები ე.ი. წარმოების მოცულობის პერიოდული ცვლილება. ეკონომიკის ციკლურ განვითარებას, ხანგრძლივი დროის განმავლობაში, თან ახლავს ეკონომიკური საქმიანობის მაღალი დონე და შემდეგ მისი ვარდნა. არსებობს მრავალი ტიპის ციკლი. ციკლური განვითარება თანმდევი არამხოლოდ, საერთოდ მთლიანი ეკონომიკისათვის, არამედ მისი ცალკეული კომპონენტებისათვისაც. მაგალითად, პროდუქციის გამოშვების ციკლები, აღჭურვილობის ექსპლუატაციის ციკლები და ა.შ. კეინსის კონცეფციის მიხედვით - წარმოება, განაწილება და ხარჯვა ეროვნულ ეკონომიკაში, განისაზღვრება ერთი აგრეგირებული ფაქტორით - მთლიანი შიდა პროდუქტით (მშპ). მშპ განისაზღვრება ეფექტური მოთხოვნილებით. მაკროეკონომიკურ თეორიას ხშირად შემოსავლების თეორიას უწოდებენ. ეკონომიკური ციკლების მოდელირებისათვის სამუელსონმა და ჰიქსმა შექმნეს შესაბამისი მათემატიკური მოდელი [1], შემდგომში, ეს მიდგომა განვითარდა გუდვინის ნაშრომებში [2], ფრანგიშვილი-ობგაძის [3-6], [8] თუშიშვილის [7], [9] და ა.შ. ამ ნაშრომში, ფრანგიშვილი-ობგაძის ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელი გამოიყენება საქართველოს მაკროეკონომიკური მაჩვენებლების შესასწავლად 2010-2025წწ. პერიოდისათვის.

2. ფრანგიშვილი-ობგაძის ეკონომიკური დინამიკის განზოგადებული მათემატიკური მოდელის აპეაზ

განვიხილოთ ეკონომიკური დინამიკა წონასწორული ეკონომიკის შემთხვევაში. მაშინ სამუელსონ-ჰიქსის [1] აქსელერაციის პრინციპის მიხედვით და გუდვინის [2] ფორმით ინვესტიციების წარმოდგენით, ვთვლით, რომ ეკონომიკური დინამიკა გამოისახება წონასწორობის განტოლებით

$$X(t) = C(t) + I(t), \quad (1)$$

სადაც $C(t)$ - მოხმარების ფუნქციაა, $I(t)$ - საინვესტიციო პოლიტიკა.

მოხმარების ფუნქციას ვწერთ, როგორც

$$C(t) = \int_0^t F[X(\tau), \tau] d\tau, \quad (2)$$

სადაც დამოკიდებულება $F[X(\tau), \tau]$ განისაზღვრება მონაცემების რეგრესიული ანალიზის საფუძველზე.

საინვესტიციო პოლიტიკა ემყარება სამუელსონი-ჰიქსის აქსელერაციის პრინციპს, რომელსაც ჩვენ ვწერთ გუდვინის ფორმით [2],

$$I(t) = \beta(t) \cdot \dot{X}(t), \quad (3)$$

სადაც $\beta(t)$ - აქსელერაციის ფუნქციაა.

განტოლებაში (1) ცვლადების (2) და (3) მნიშვნელობების ჩასმით, ვღებულობთ ფრანგიშვილი-ობგაძის ეკონომიკური დინამიკის ინტეგრო-დიფერენციალურ განტოლებას

$$X(t) = \int_0^t F[X(\tau); \tau] d\tau + \beta(t) \cdot \dot{X}(t), \quad (4)$$

იმისათვის, რომ ინტეგრალისგან განვთავისუფლდეთ განტოლების (4) მარჯვენა მხარეს, ვახდენთ დიფერენცირებას დროის პარამეტრით t , მაშინ ვიღებთ ეკონომიკური დინამიკის ჩვეულებრივ მათემატიკურ მოდელს შემდეგი სახით

$$\beta(t) \cdot \ddot{X}(t) + [\dot{\beta}(t) - 1] \cdot \dot{X}(t) + F[X(t); t] = 0. \quad (5)$$

თუ $\beta(t) = 0$, მაშინ (3) -დან ვიღებთ $I(t) = 0$, რომელიც (1) -დან იძლევა $X(t) = C(t)$,

ე.ი. შეესაბამება მარტივი წარმოქმნის შემთხვევას.

თუ ჩვენ გვაინტერესებს უფრო მძიმე წონის შემთხვევა, ვიდრე უბრალო წარმოქმნა, მაშინ დავუშვათ, რომ $\beta(t) \neq 0$ და (5)-დან ვიღებთ ეკონომიკური დინამიკის განზოგადოებულ ჩვეულებრივ მათემატიკურ მოდელს

$$\ddot{X}(t) + \frac{\dot{\beta}(t)-1}{\beta(t)} \cdot \dot{X}(t) + \frac{F[X(t); t]}{\beta(t)} = 0. \quad (6)$$

განტოლებას (6) ვამატებთ საწყის პირობებს

$$X(0) = X_0, \quad \dot{X}(0) = P_0. \quad (7)$$

ამრიგად, ჩვენ ვიღებთ, კოშის ამოცანას ეკონომიკური დინამიკის განზოგადებული ჩვეულებრივი მათემატიკური მოდელისთვის (6).

საინვესტიციო პოლიტიკას განსაზღვრავს აქსელერაციის ფუნქცია $\beta(t)$, რომელიც არის მართვის პარამეტრი. მართვის მიზანია ეკონომიკის მდგრადი განვითარება, რაც აისახება მშპ-ს $X(t)$ ცვლილების კანონში, სისტემის დამანგრეველი რეზონანსული რყევების გარეშე.

ფრანგიშვილი-ობგაძის მათემატიკური მოდელის ადეკვატურობის შესასწავლად განვიხილოთ მისი რამდენიმე კერძო შემთხვევა, სხვადასხვა მოხმარების ფუნქციებით და აქსელერაციის ფუნქციები:

ა) განვიხილავთ შემთხვევას, როდესაც

$$\beta(t) = t \wedge t > 0; \quad (8)$$

$$F[X(t); t] = t \cdot (\omega^2 + \varepsilon \cos 2t) \cdot X(t) - 0.9t; \quad (9)$$

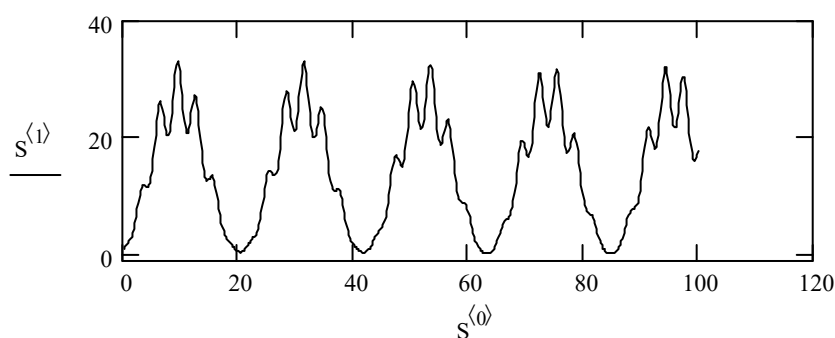
მაშინ განტოლება (6)-დან ვიღებთ მათივე განტოლებას

$$\ddot{X}(t) + (\omega^2 + \varepsilon \cos 2t) \cdot X(t) = 0.9; \quad (10)$$

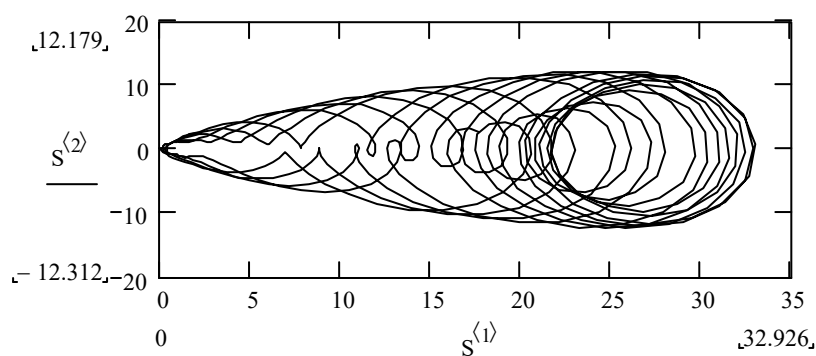
ვამატებთ საწყის პირობებს:

$$X(0) = 1 \quad \dot{X}(0) = 1. \quad (11)$$

როცა $\omega=0.5$ და $\varepsilon=0.2$, პროგრამა MATHCAD 2001 Professional-ის საფუძველზე ვიღებთ ამოხსნას $S^{(0)}=t$, $S^{(1)}=X(t)$ და შესაბამის სურათს ფაზურ სიბრტყეზე $(X(t), \dot{X}(t))$, სადაც $S^{(2)}=X(t)$, (ნახ.1, 2).



ნახ.1. მათივე ეროვნული ეკონომიკის დინამიკა



ნახ.2. მათივე დინამიკის სურათი ფაზურ სიბრტყეზე

ბ) განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც

$$\beta(t) = \frac{p \cdot e^{p \cdot t} - 1}{p}, \quad \wedge \quad p = \text{const}, \quad (12)$$

$$F[X(t); t] = \beta(t) \cdot [X^3 - X - A \cos \omega t - 0.3], \quad (13)$$

სადაც

$$\omega = \text{const}, \quad A = \text{const}. \quad (14)$$

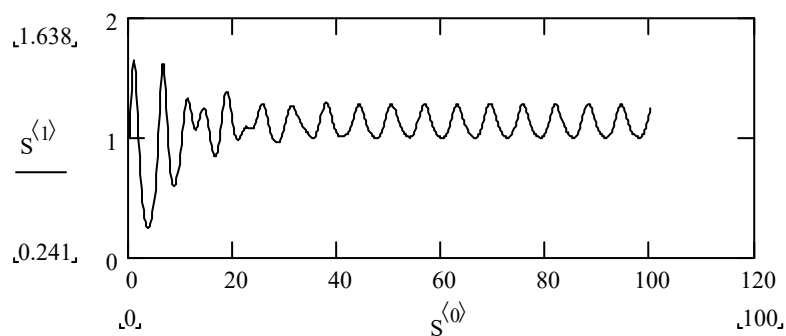
მაშინ განტოლებიდან (6) ვიღებთ დიუფინგის განტოლებას

$$\ddot{X} + p \cdot \dot{X} + X^3 - X - A \cos \omega t - 0.3 = 0. \quad (15)$$

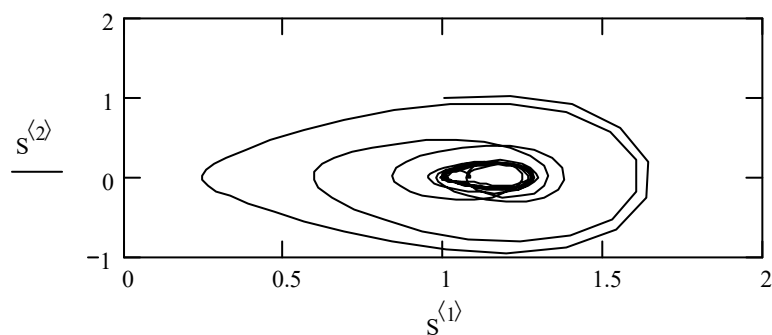
ვამატებთ შესაბამის საწყის პირობებს

$$X(0)=1, \quad \wedge \quad \dot{X}(0)=1. \quad (16)$$

როცა $p=0.2$, $A=0.25$ და $\omega=1$, MATHCAD 2001 Professional-ის საფუძველზე, ვიღებთ ამოხსნას მშპ-სათვის $S^{(0)}=t$, $S^{(1)}=X(t)$, და შესაბამის სურათს ფაზურ სიბრტყეზე $(X(t), \dot{X}(t))$, სადაც $S^{(2)}=\dot{X}(t)$, (ნახ. 3, 4).



ნახ.3 დიუფინგის მშპ-ს დინამიკა



ნახ.4. დიუფინგის დინამიკის სურათი ფაზურ სიბრტყეზე

გ) თუ გავითვალისწინებთ შემთხვევას, როცა

$$\beta(t) = \text{const}, \quad (17)$$

$$\dot{X}(t) \approx \frac{X(t-h) - X(t-2h)}{h}, \quad h = 1, \quad (18)$$

$$F[X(t); t] = \alpha \dot{X}(t - h), \quad \alpha \cdot X(-h) = A, \quad (19)$$

სადაც $A = (\text{საარსებო მინიმუმი}) \cdot (\text{მოსახლეობის რაოდენობა})$,

მაშინ განტოლებიდან (4) ვიღებთ სამუელსონი-ჰიქსის მოდელს.

$$X(t) = (\alpha + \beta)X(t - 1) - \beta X(t - 2) + A. \quad (20)$$

ამრიგად, ჩვენ გადავამოწმეთ რომ ფრანგიშვილ-ობგაძის ეკონომიკური დინამიკის ჩვეულებრივი მათემატიკური მოდელი, კერძო შემთხვევებში, შეიძლება გადაიქცეს სამუელსონ-ჰიქსის, მათიეს და დიუფინგის მოდელში. ეს უეჭველად მიუთითებს განხილული მათემატიკური მოდელის ადექვატურობაზე.

ფრანგიშვილ-ობგაძის მოდელი საშუალებას იძლევა, თუ შესაბამისი მოხმარების და აქსელერაციის ფუნქცია იქნა ნაპოვნი, შევისწავლოთ ქვეყნის ან რეგიონის ეკონომიკური დინამიკა, შევისწავლოთ შესაბამისი მაკროეკონომიკური მაჩვენებლები და შევიშუშოთ ოპტიმალური საინვესტიციო პოლიტიკა. ვიპოვოთ აქსელერაციის კოეფიციენტი და მოხმარების ფუნქცია, რომელიც აღწერს საქართველოს ეკონომიკურ დინამიკას 2010-2019 წლებისთვის. ამისათვის, გამოვიყენებთ საქართველოს სტატისტიკის ეროვნული სამსახურის შესაბამის მონაცემებს [10-11].

3. მშპ-ს და მოხმარების მონაცემების დინამიკა 2010- 2025 წწ.

განვიხილოთ მშპ-ს და მოხმარების მონაცემების დინამიკა (მილნ.ლარი) 2010-2019 წწ. ცხრილი 1.

ცხრილი 1

	2010წ.	2011წ.	2012წ.	2013წ.	2014წ.	2015წ.	2016წ.	2017წ.	2018წ.	2019წ*
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$X(t)$	21,821	25,478	27,227	28,593	31,124	33,935	35,836	40,761	44,599	50,002
$C(t)$	21,05	24,451	25,33	26,067	28,478	30,795	30,487	34,115	36,801	41,035
$I(t)$	0,771	1,027	1,897	2,526	2,646	3,140	5,349	6,646	7,798	8,967

სამუელსონ-ჰიქსის პრინციპის (3) საფუძველზე დაყრდნობით ვწერთ მიახლოებით თანაფარდობას

$$I(t) \approx \beta(t) \cdot \frac{X(t+\Delta t) - X(t)}{\Delta t}, \quad (21)$$

თუ დავუშვებთ, რომ $\Delta t = 1$, მაშინ (21)-დან ადვილად ვიპოვით, რომ

$$I(t) \approx \beta(t) \cdot (X(t + \Delta t) - X(t)). \quad (22)$$

ტოლობიდან (22), ვპოულობთ აქსელერაციის კოეფიციენტის დინამიკას

$$\beta(t) = \frac{I(t)}{X(t+1)-X(t)}. \quad (23)$$

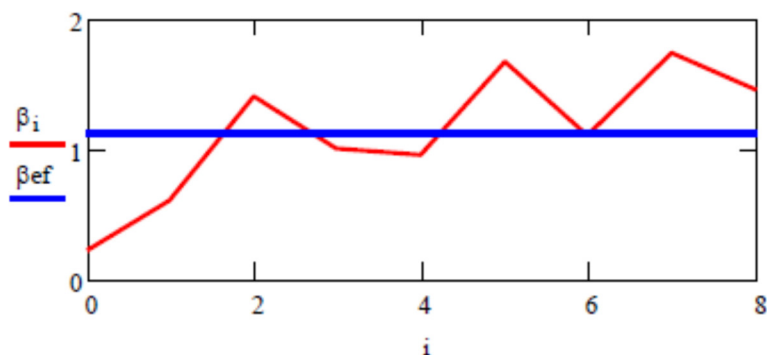
ფორმულა (23) საფუძველზე და ცხრილი 1-ის მონაცემების გამოყენებით მარტივია ცხრილი 2-ის შედგენა, $\beta(t)$ სიდიდის დინამიკის შესასწავლად.

ცხრილი 2

	2010წ.	2011წ.	2012წ.	2013წ.	2014წ.	2015წ.	2016წ.	2017წ.	2018წ.	2019წ*
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I(t)	0,771	1,027	1,897	2,526	2,646	3,140	5,349	6,646	7,798	8,967
X(t)	21,821	25,478	27,227	28,593	31,124	33,935	35,836	40,761	44,599	50,002
X(t+1)-X(t)	3,657	1,749	1,366	2,531	2,811	1,901	4,925	3,838	5,403	
$\beta(t)$	0.211	0.587	1.389	0.998	0.941	1.652	1.086	1.732	1.443	

ავგავთ, სამუელსონ-ჰიქსის კოეფიციენტისათვის გრაფიკი ნახ. 5 და გამოვითვალოთ მისი ეფექტური მნიშვნელობა β_{ef} :

$$\beta_{ef} := \frac{\sum_{i=0}^8 \beta_i}{9} \quad \beta_{ef} = 1.115$$



ნახ. სამუელსონ-ჰიქსის კოეფიციენტის ეფექტური მნიშვნელობის გამოთვლა

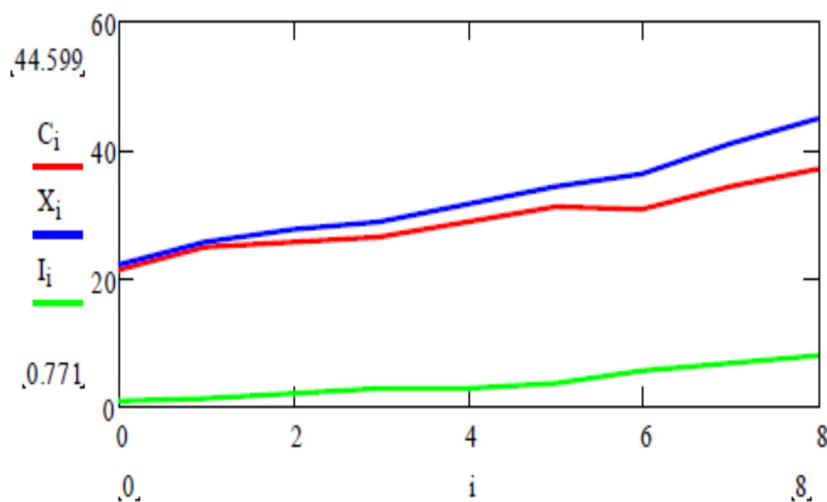
როგორც ვხედავთ, 2010-2019 წლებში ინვესტიციებს ახასიათებდა ერთგვარად პერიოდული დინამიკა, მაგრამ მაინც ზრდა და ალბათ, ასეც იქნებოდა, რომ არა მოულოდნელი COVID 19-ის პანდემია.

თუ, გავითვალისწინებთ სამუელსონ-ჰიქსის კოეფიციენტის ეფექტურ მნიშვნელობას $\beta_{ef} = 1.115$, მაშინ სამუელსონ-ჰიქსის (3) აქსელერაციის პრინციპი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$I(t) = 1.115 \cdot \dot{X}(t). \quad (24)$$

ფრანგიშვილი-ობგაძის ეკონომიკური დინამიკის მოდელის შედგენისთვის, განვიხილოთ დინამიკის (6) განტოლება, სადაც უნდა შევიტანოთ აქსელერაციის β_{ef} კოეფიციენტის და მოხმარების $F[X(t); t]$ ფუნქციის აპროქსიმაციის შედეგად მიღებული კოეფიციენტები.

ვიპოვოთ, $F[X(t); t]$ მოხმარების ფუნქციის აპროქსიმაცია. ამისათვის ჩვენ შევისწავლით მოხმარების, მშპ-ს და ინვესტიციების დინამიკას, იმავე პერიოდის განმავლობაში. ცხრილი 1-ის მონაცემებზე დაყრდნობით, ავაგოთ გრაფიკი ნახ.6, ეკონომიკური დინამიკისათვის 2010-2019 წლების განმავლობაში.



ნახ.6. მაკროეკონომიკური დინამიკა (2010-2019წწ.)

მოხმარების ფუნქციის $\dot{C}$ ცვლილების სიჩქარის აპროქსიმაციისთვის გამოვიყენოთ არანრფივი რეგრესიის მეთოდი ანუ ვეძებთ მის ოპტიმალურ წარმოდგენას შემდეგი ფორმით:

$$\dot{C}(i) = F[X(t); t] = \sum_{i=0}^4 \alpha_i \cdot (X(t))^i + A \cdot \sin \omega \cdot t. \quad (25)$$

სადაც α, A, ω - უცნობი პარამეტრებია, რომლებიც განისაზღვრება ცხრილი 3-ის მონაცემების საფუძველზე.

ცხრილი 3

მლნ. ლარი	2010წ.	2011წ.	2012წ.	2013წ.	2014წ.	2015წ.	2016წ.	2017წ.	2018წ.	2019წ*
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
მშპ X(t)	21,821	25,478	27,227	28,593	31,124	33,935	35,836	40,761	44,599	50,002
მოხმარება C(t)	21,050	24,451	5,330	26,067	8,478	0,795	0,487	4,115	6,801	41,035
მოხმარების სიჩქარე $\dot{C}(t)$	3.401	0.879	0.737	2.411	2.317	-0.308	3.628	2.686	4.234	

დასაწყისისთვის, ვაგებთ შესაბამის მიზნობრივ ფუნქციას, რომლის მინიმუმის პირობებიდან უნდა ვიპოვოთ საუკეთესო მიახლოება მოხმარების ცვლილების სიჩქარის $\dot{C}(t)$ ფუნქციისათვის:

$$f(\alpha) = \sum_{i=0}^8 [DC_i - \sum_{j=0}^4 \alpha_j \cdot (X_i)^j - A \cdot \sin(\omega \cdot i)]^2. \quad (26)$$

ჩვენ მივიღეთ მიახლოების α_j, A, ω კოეფიციენტების ოპტიმალური მნიშვნელობები, (26) ფუნქციის აპროქსიმაციისათვის და მაშასადამე, შესაბამისი აპროქსიმაციის მრავალწევრია:

$$F[X(t); t] = 0.025 + 0.05X(t) + 0.024(X(t))^2 + 0.001(X(t))^3 + 0.025 \sin 0.5t. \quad (27)$$

აქსელერაციის კოეფიციენტის (24) და მოხმარების ფუნქციის ბირთვის (27) მნიშვნელობების ჩასმით ეკონომიკური დინამიკის (6) განტოლებაში, ვღებულობთ ფრანგიშვილი-ობგაძის ეკონომიკური დინამიკის განტოლებას მოცემული მონაცემებისათვის, შემდეგი ფორმით:

$$\ddot{X}(t) + p(t) \cdot \dot{X}(t) + q(t) = 0, \quad (28)$$

სადაც

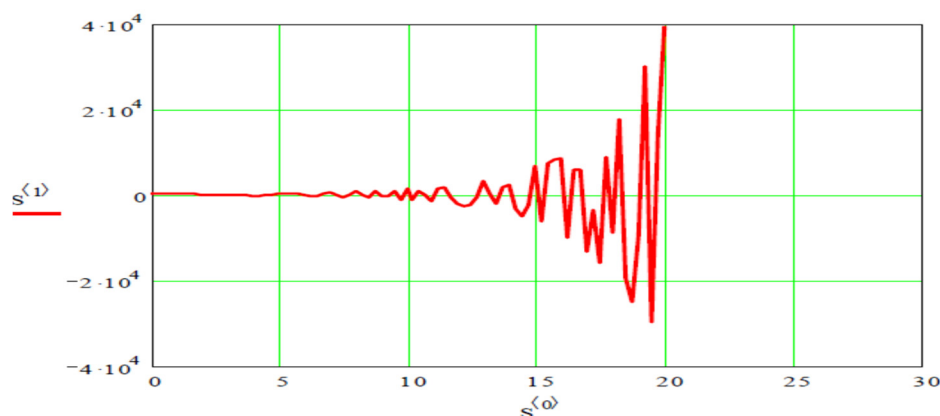
$$p(t) = \frac{\dot{\beta}(t)-1}{\beta(t)} = \frac{-1}{1.115} \cong -0.897; \quad (29)$$

$$q(t) = \frac{F[X(t); t]}{\beta(t)} = 0.025 + 0.05X(t) + 0.024X^2(t) + 0.0001X^3(t) + 0.025 \sin 0.5t, \quad (30)$$

ამ დიფერენციალური განტოლებისათვის ცხრილი 3-ის მონაცემებიდან გამომდინარე, დავსვათ კოშის ამოცანა:

$$X(0) = 21.821; \quad \dot{X}(0) = 3.657. \quad (31)$$

რუნგე-კუტას მეთოდით, ვიღებთ მშპ-ს დინამიკას 2010 - 2025წწ. გრაფიკის სახით ნახ.8,



ნახ.8. საქართველოს მშპ-ს პროგნოზირებული დინამიკა 2010-2025წწ.

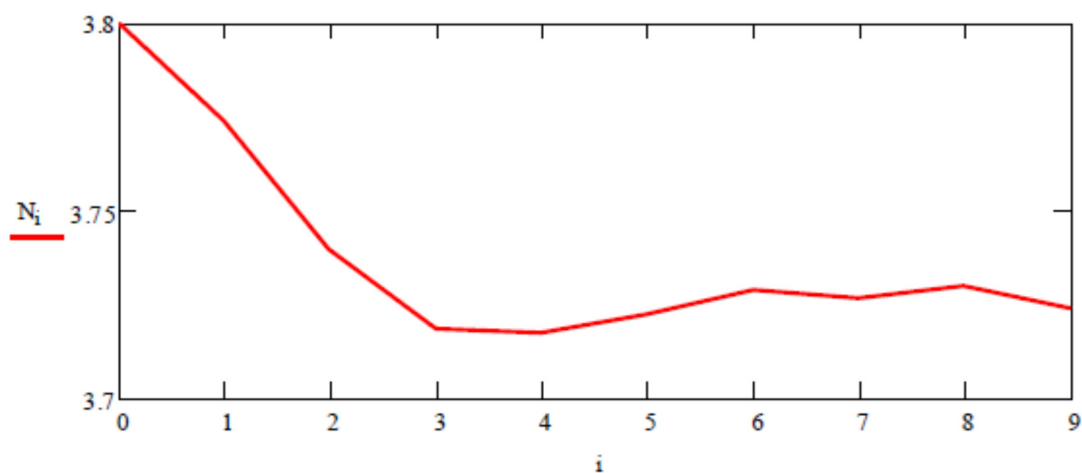
ამ შედეგებიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ 2010-2019 წლების ეკონომიკური დინამიკა იმყოფებოდა სტაბილური განვითარების მდგომარეობაში და რომ, არა ფორს-მაჟორი COVID19, არასტაბილური რხევები მოსალოდნელი იყო მხოლოდ 2024 წლიდან.

განვიხილოთ ცხრილი 4, სადაც მოცემულია 2010-2019 წწ.-ის მოსახლეობის, დასაქმების და საშუალო ხელფასის დინამიკა.

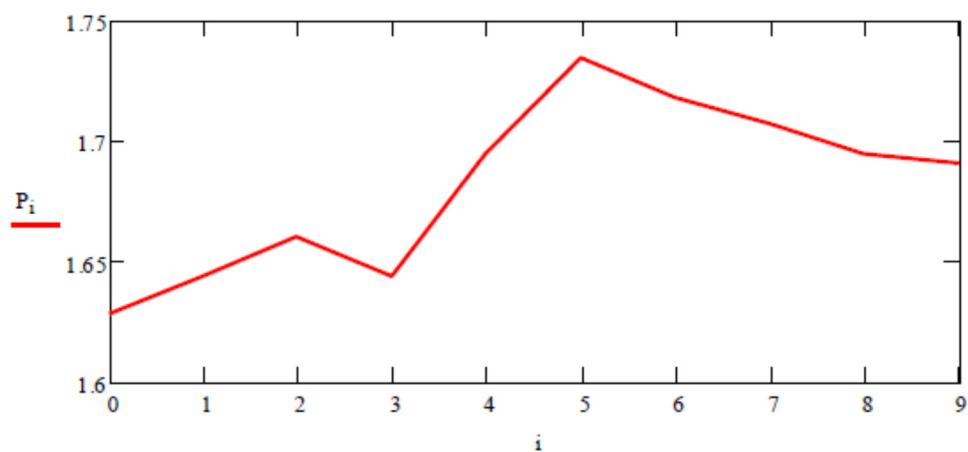
ცხრილი 4.

	2010წ.	2011წ.	2012წ.	2013წ.	2014წ.	2015წ.	2016წ.	2017წ.	2018წ.	2019წ*
მოსახლეობის რაოდენობა მლნ. კაცი	3.7998	3.7736	3.7393	3.7184	3.7169	3.7219	3.7286	3.7264	3.7296	3.7235
სულ ქტიური მოსახლეობა (სამუშაო ძალა) მლნ. კაცი	1.9709	1.9882	2.0045	1.9786	1.9846	2.018	1.9962	1.9831	1.9399	1.9112
დასაქმებული მლნ. კაცი	1.6278	1.643.5	1.6594	1.6434	1.6944	1.7338	1.7173	1.7066	1.6942	1.6902
საშუალო თვიური ხელფასი, ლარი	597.6	636.0	712.5	773.1	818.0	900.4	940.0	999.1	1068.3	1129.5
უმუშევარი ათასი კაცი	343.1	344.8	345.1	335.2	290.2	284.2	278.9	276.4	245.7	221.0
მშპ მლნ. ლარი	21,821	25,478	27,227	28,593	31,124	33,935	35,836	40,761	44,599	50,002

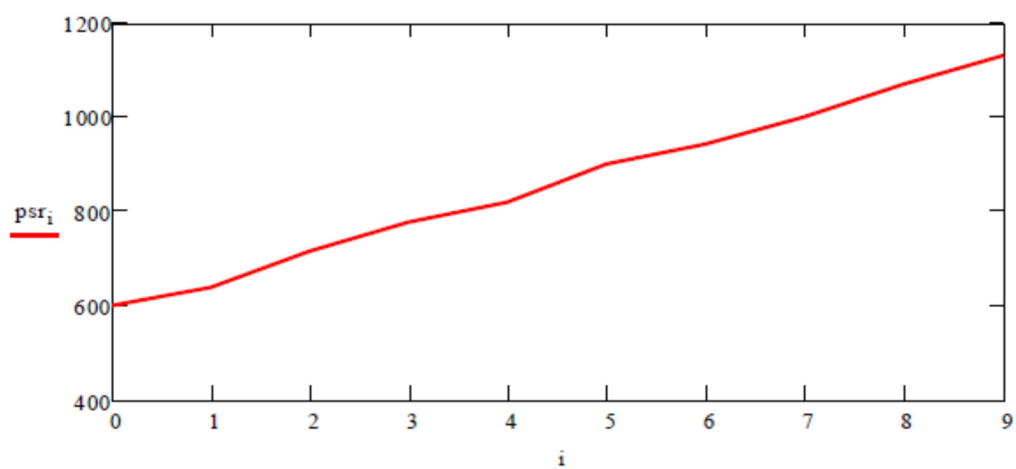
ამ მონაცემების საილუსტრაციოდ, განვიხილოთ ნახ. 9, ნახ. 10 და ნახ. 11.



ნახ. 9. მოსახლეობის რაოდენობის დინამიკა 2010-2019 წწ. საქართველოში



ნახ. 10. დასაქმებულთა რაოდენობის დინამიკა 2010-2019 წწ. საქართველოში



ნახ. 11. საშუალო ხელფასის დინამიკა 2010-2019 წწ. საქართველოში

მოსახლეობის რაოდენობა აშკარად კლებულობს 2013წ-მდე, შემდეგ სტაბილურდება და 2014წ-დან იზრდება 2016წ-მდე, შემდეგ კვლავ სტაბილურდება და 2017წ-დან მცირედ იზრდება 2018წ-მდე და მკვეთრად კლებულობს 2019წ-დან, რაც გამოწვეულია პოლიტიკური არასტაბილურობით, ეკონომიკური და იძულებითი (რუსული ოკუპაციის) მიგრაციის გამო.

საშუალო თვიური ხელფასი იზრდება, მაგრამ ზრდის ტემპი ჩამორჩება ინფლაციის სიჩქარეს. აუცილებელია ინვესტიციების ზრდა და პოლიტიკური სტაბილურობა.

ლიტერატურა:

1. ოზგაძე თ., ოზგაძე ლ., მჭედლიშვილი ნ., დავითაშვილი ი., თუშიშვილი ნ. მათემატიკური მოდელირების კურსი (ეკონომიქსი Mathcad-ისა და Matlab-ის ბაზაზე), ტ.2, თბილისი, სტუ, 2007
2. Gudvin R.M. Thenon -linear accelerator and the persistence of business cycls.Econ.,19,1951
3. Обгадзе Т.А. Высшая математика для экономистов, ИГУМО. Москва. 2002
4. Обгадзе Т.А., Цвераидзе З.Н. Математическое моделирование в экономике. Лабораторные работы, учеб. пос., ГТУ, Тбилиси, 2006
5. Прангишвили А.И., Обгадзе Л.Т. Обобщенная математическая модель экономической динамики. Грузинский Электронный Научный Журнал: Компьютерные науки и телекоммуникация, №3(7), 2005
6. Прангишвили А.И., Обгадзе Л.Т. Математическое моделирование экономических циклов и оптимальное управление капитальными вложениями. Грузинский Электронный Научный Журнал: Компьютерные науки и телекоммуникация, №3(7), 2005
7. Прангишвили А.И., Обгадзе Л.Т., Тушишвили Н.З. Математическое моделирование и расчет потребительской корзины. Грузинский Электронный Научный Журнал: Компьютерные науки и телекоммуникация, №1(8), 2006
8. Джибладзе З.Н., Обгадзе Т.А., Обгадзе Л.Т. Моделирование экономических циклов. Сб.науч. тр. Института систем управления им. А.И. Элиашвили АН Грузии, №9,Тбилиси, 2005
9. Тушишвили Н.З. Определение совокупного спроса на продукты питания на основе уравнения Прангишвили-Обгадзе. Грузинский Электронный Научный Журнал: Компьютерные науки и телекоммуникация, № 8(9), Тбилиси, 2006
10. http://www.geostat.ge/?action=page&p_id=313&lang=geo
11. <http://www.mof.ge/3991>
12. Обгадзе Т.А.,Тушишвили Н.З. Вейвлет-анализ макро-экономических показателей социально-экономической системы Грузии. Сб.науч.тр. Института систем управления им. А.И. Элиашвили АН Грузии, №20,Тбилиси, 2010