

МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КРИЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ НА ФИНАНСОВЫХ РЫНКАХ

Минасян Виген Бабкенович

К.ф.-м.н., профессор Высшей школы финансов и менеджмента Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ, заведующий кафедрой корпоративных финансов, инвестиционного проектирования и оценки им. М.А. Лимитовского

Расположение эффективных и неэффективных портфелей с различными коэффициентами β в модели Марковица и на SML линии. Общеизвестен факт (см., например, [4], [5], [11]), что согласно современной теории портфеля эффективные активы и портфели располагаются как на CML линии, так и на SML линии, а неэффективные активы и портфели располагаются на SML линии, и не находятся на CML линии, а располагаются внутри и на границе зонтика Марковица (см. рис.1).

Напомним, что уравнение CML линии выглядит следующим образом,

$$E(R) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma(R_m)} \sigma \quad (1)$$

и связывает ожидаемые доходности $E(R)$ и волатильности σ эффективных портфелей, где R_f – доходность безрискового актива, а $E(R_m)$ и $\sigma(R_m)$ – соответственно, ожидаемая доходность и волатильность рыночного портфеля.

А уравнение SML линии представляется в следующем виде:

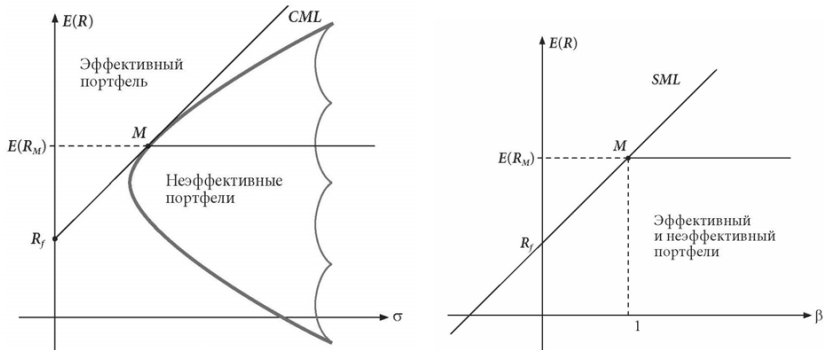


Рис. 1 Расположение эффективных и неэффективных портфелей в модели Марковица и на SML линии

$$E(R) = R_f + \beta(E(R_m) - R_f) , \quad (2)$$

где β - коэффициент бета соответствующего портфеля или актива.

Кризисные явления на рынке и критическая смена рыночного ориентира.

Для дальнейшего анализа нам понадобится более точное описание границы зонтика Марковица. Как известно, граница зонтика Марковица возникает, при решении следующей оптимизационной задачи: определения портфелей p , с фиксированными доходностями

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(R_i) ,$$

и минимальным значением риска, выражаемого дисперсией доходности портфеля

$$\sigma_p^2 = Var(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_j ,$$

где

R_i – доходность i – ого актива,

R_p – доходность портфеля на выбранном временном интервале,

E – символ математического ожидания,

w_i – доля средств (вес), вложенных в i – ый актив ($i = 1, 2, \dots, N$),

$\sigma_{ij} = Cov(R_i, R_j)$ – ковариация доходностей i - ого и j – ого активов, включенных в портфель,

σ_p^2 – дисперсия доходности портфеля.

Для записи данной оптимизационной задачи в матричном виде, введем необходимые матрицы.

E – $(N \times 1)$ вектор – столбец математических ожиданий;

$$E = \begin{pmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_N) \end{pmatrix}$$

1 – $(N \times 1)$ единичный вектор – столбец;

$$1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

w_p – $(N \times 1)$ вектор – столбец весов портфеля p ;

$$w_p = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix}$$

Ω - (NXN) симметричная матрица ковариаций доходностей рисков активов;

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_2 & \sigma_2 & \dots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_N \end{pmatrix}$$

Как известно (см., например, [6], [7],[8]) решение данной задачи при различных значениях $E(R_p)$ приводит к определению множества оптимальных портфелей p , ожидаемые доходности $E(R_p)$ и риски σ_p которых удовлетворяют следующему уравнению, определяющему множество портфелей с минимальной дисперсией:

$$\sigma_p^2 = \frac{cE(R_p)^2 - 2aE(R_p) + b}{d}, \quad (3)$$

где

$$a = l' \cdot \Omega^{-1} \cdot E = E' \cdot \Omega^{-1} \cdot 1, \quad (4)$$

$$b = E' \cdot \Omega^{-1} \cdot E, \quad (5)$$

$$c = l' \cdot \Omega^{-1} \cdot 1, \quad (6)$$

$$d = b - a^2 > 0. \quad (7)$$

Через Ω^{-1} обозначена матрица, обратная к матрице Ω .

Можно доказать следующее утверждение имеющее важные содержательные последствия для понимания возникновения критических, кризисных явлений на рынке. Здесь очевидным образом прослеживаются явления бифуркации, фазового перехода: резкого изменения поведения системы, в данном случае рынка при наблюдении определенных соотношений между параметрами системы (рынка).

Утверждение 1

А) Условием нормального, благоприятного, стабильного состояния рынка является соблюдения следующего соотношения между безрисковой ставкой и рыночными показателями рисков активов, выражаемыми элементами их матрицы ковариаций и вектора их ожидаемых доходностей:

$$R_f < \frac{a}{c}.$$

В этом случае (см. рис. 2) существует единственный рыночный портфель M_+ , представленный точкой касания касательной, проведенной из точки $(0, R_f)$ к верхней ветви границы минимальной дисперсии. При этом рыночный портфель проявляет положительную ожидаемую доходность, что связано с преобладанием на рынке активов с положительными ожидаемыми доходностями.

В) Если ситуация на рынке изменяется таким образом, что между безрисковой ставкой и рыночными показателями рисков активов, выражаемыми элементами их матрицы ковариаций и вектора их ожидаемых доходностей возникает следующее равенство:

$R_f = \frac{a}{c}$, то ситуация на рынке из стабильной скачкообразно переходит в хаотическую, турбулентную фазу, в которой при этом исчезает понятие рыночного портфеля (см. рис.3). На рынке исчезают взаимосвязи, наблюдаемые в стабильной фазе, но не возникают еще те логики и взаимосвязи, которые естественным образом должны возникнуть в неблагоприятной фазе стагнации.

С) Условием не нормального, неблагоприятного, стагнационно-го, но стабильного состояния рынка является соблюдения следующего соотношения между безрисковой ставкой и рыночными пока-

зателями рисков активы, выражаемыми элементами их матрицы ковариаций и вектора их ожидаемых доходностей:

$R_f > \frac{a}{c}$. В этом случае (см. рис. 4) существует единственный рыночный портфель M , представленный точкой касания касательной, проведенной из точки $(0, R_f)$ к нижней ветви границы минимальной дисперсии. Т.е. рыночный портфель мгновенно, после перехода рыночными параметрами критического значения $R_f = \frac{a}{c}$, меняет свое местоположение от верхней ветви гиперболы к ее нижней ветви. На рынке возникают новые взаимосвязи, не наблюдаемые в стабильной фазе, возникают логики и взаимосвязи, которые естественным образом соответствуют неблагоприятной фазе стагнации.

При этом рыночный портфель часто проявляет отрицательную ожидаемую доходность, что связано с преобладанием на рынке активов с отрицательными ожидаемыми доходностями.

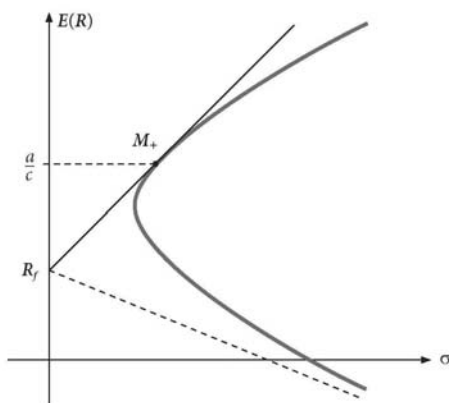


Рис. 2 Местоположение рыночного портфеля в благоприятной стабильной фазе

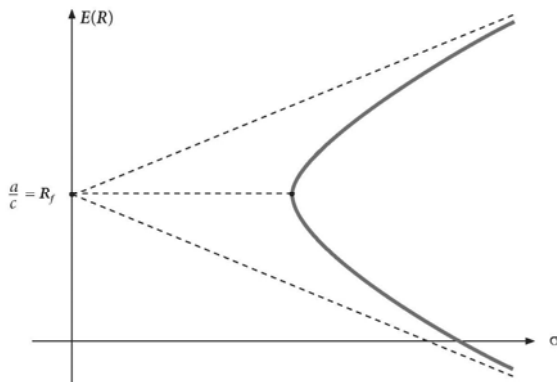


Рис. 3 Турбулентная фаза. Критическое возникновение фазового перехода. Исчезает понятие рыночного портфеля.

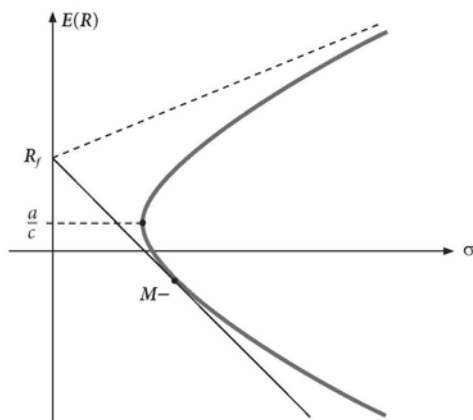


Рис. 4 Местоположение рыночного портфеля в неблагоприятной стабильной фазе

Условие возникновения фазового перехода в хаотической фазе.

В Утверждении 2 мы сформулировали условие возникновения хаотической фазы на рынке. Если ситуация на рынке изменяется

таким образом, что между безрисковой ставкой и рыночными показателями рискованных активов, выражаемыми элементами их матрицы ковариаций и вектора их ожидаемых доходностей возникает следующее равенство: $R_f = \frac{a}{c}$, то ситуация на рынке из стабильной скачкообразно переходит в хаотическую, турбулентную фазу, в которой при этом исчезает понятие рыночного портфеля.

Попробуем исследовать данное равенство.

Начнем с частного случая, когда на рынке $N = 2$ ценных бумаг. Вспомним выражения для параметров a и c (см. (4) и (6)):

$$a = l' \cdot \Omega^{-1} \cdot E, \quad c = l' \cdot \Omega^{-1} \cdot 1,$$

где Ω матрица ковариаций этих ценных бумаг:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & \sigma_2 \end{pmatrix},$$

а Ω^{-1} - матрица, обратная к Ω .

Утверждение 2 Условие возникновения фазового перехода на рынке, означает, что безрисковая ставка в хаотической фазе представляется в виде средней взвешенной от ожидаемых доходностей этих активов:

$$R_f = w_{c1} E(R_1) + w_{c2} E(R_2) \quad (8)$$

со следующими критическими весами, выраженными через рыночные параметры ценных бумаг:

$$w_{c1} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_2}, \quad (9) \quad w_{c2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_2}. \quad (10)$$

Аналогичное утверждение можно доказать и в общем случае, с произвольным числом N ценных бумаг на рынке.

Утверждение 3

Условие фазового перехода на рынке $R_f = \frac{a}{c}$, означает, что в критической, хаотической фазе безрисковая ставка представляется в виде средней взвешенной от ожидаемых доходностей этих активов:

$$R_f = w_{c1}E(R_1) + w_{c2}E(R_2) + \dots + w_N E(R_N) \quad (11)$$

со следующими выражениями для критическими весами:

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^N A_j}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_j}, \quad (12)$$

где через A_j , ($i, j = 1, 2, \dots, N$), обозначены алгебраические дополнения элемента σ_j матрицы ковариаций Ω . Очевидно, что критические веса выражаются через рыночные параметры ценных бумаг.

Выражение показателя избыточная ожидаемая рыночная доходность/рыночный риск через рыночные показатели ценных бумаг на рынке

Утверждение 4

Показатель избыточная ожидаемая рыночная доходность/рыночный риск выражается через рыночные показатели ценных бумаг на рынке по следующим формулам:

$$\frac{E(R_{m\pm}) - R_f}{\sigma(R_{m\pm})} = \pm \frac{\sqrt{(R_f - \frac{a}{c})^2 + \frac{d}{c^2}}}{\frac{1}{\sqrt{c}}}, \quad (13)$$

причем знак плюс соответствует равновесной благоприятной фазе рынка, а минус – равновесной стагнационной фазе.

Приближение к нестабильному состоянию. Представляет интерес сам процесс приближения состояния рынка к критическому, нестабильному состоянию. Если рыночные параметры a , b и c в процессе рыночного движения изменяются так, что

$$a \rightarrow a_{\lim}, b \rightarrow b_{\lim}, c \rightarrow c_{\lim} \neq 0, \text{ причем так, что}$$

$$\left(\frac{a}{c}\right) \rightarrow \frac{a_{\lim}}{c_{\lim}} = R_f \pm 0, \text{ т.е. } \left(\frac{a}{c}\right) \text{ приближается к } R_f, \text{ оставаясь}$$

больше или меньше R_f , то волатильность рыночного портфеля неограниченно возрастает $\sigma_{M_{\pm}} \rightarrow +\infty$ (см. рис.5).

Аналогично, если рыночные параметры a , b и c в процессе рыночного движения изменяются так, что

$$a \rightarrow a_{\lim}, b \rightarrow b_{\lim}, c \rightarrow c_{\lim} \neq 0, \text{ причем так, что}$$

$$\left(\frac{a}{c}\right) \rightarrow \frac{a_{\lim}}{c_{\lim}} = R_f \pm 0, \text{ т.е. } \left(\frac{a}{c}\right) \text{ приближается к } R_f, \text{ оставаясь}$$

больше или меньше R_f , то ожидаемая рыночного портфеля неограниченно возрастает $E(R_M) \rightarrow \pm\infty$ (см. рис.6)

Мы заодно получили выражение координат рыночного портфеля, т.е. рыночную волатильность и рыночную ожидаемую доходность:

$$M_{\pm} \left(\frac{1}{\sqrt{c}} \sqrt{\left(R_f - \frac{a}{c}\right)^2 + \frac{d}{c^2}}, \frac{a}{c} - \frac{d}{c^2} \frac{1}{R_f - \frac{a}{c}} \right).$$

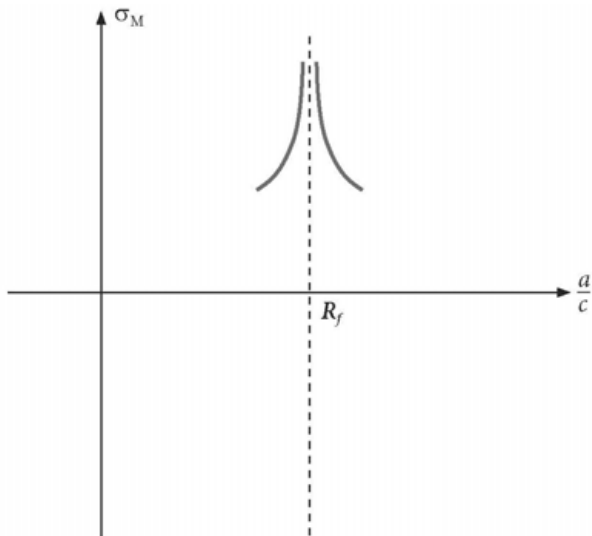


Рис. 5 Поведение рыночной волатильности при приближении к критическому состоянию

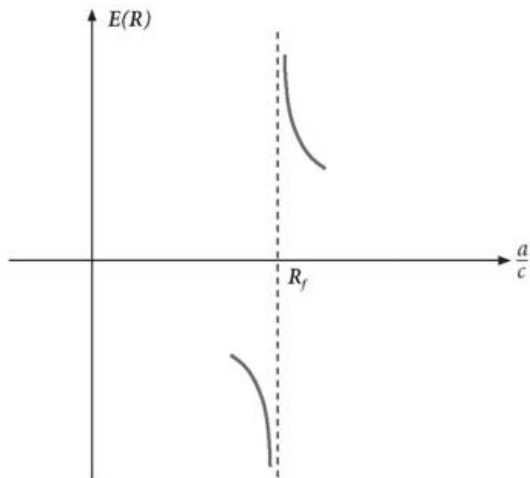


Рис. 6 Поведение ожидаемой рыночной доходности при приближении к критическому состоянию

Таким образом, при приближении состояния рынка к критической фазе, рыночные волатильности стремятся к бесконечности, в то время, как ожидаемые рыночные доходности стремятся к бесконечно большим величинам (по модулю). При этом, если движение к критическому состоянию происходит из устойчиво благоприятной фазы, то рыночные ожидаемые доходности стремятся к $+\infty$, а если движение к критическому состоянию происходит из устойчиво неблагоприятной фазы, то рыночные ожидаемые доходности стремятся к $-\infty$. И в одном и в другом случае, это приводит к желанию резко сбросить активы, находящиеся в портфеле, сопровождающейся нарастающей не ликвидностью активов. И это является реальным проявлением исследуемых критических кризисных явлений.

Заключение. Проблема кризисных явлений на рынках, причин и механизмов их возникновения представляет огромный интерес. В работах [2], [3] и [9] данная проблема рассматривалась в контексте возникновения неоднородных волатильностей на рынке. И при этом, в частности, выяснилось, что начиная с определенного уровня нарастания неоднородности волатильностей риски портфелей, в том числе и рыночного портфеля, перестают изменяться согласно классическому правилу диверсификации. При нарастании активов в портфеле несистематическая компонента риска может не стремиться к нулю, а в некоторых случаях, даже возрастать. При возникновении сильно проявленной неоднородной волатильности, некоторые классические представления теории портфеля (см. [5], [7], [10]) требуют корректировки. И таким образом, был исследован определенный механизм возникновения критических рыночных явлений.

В данной работе механизм возникновения кризисных явлений

исследуется с точки зрения того, как критические изменения состояния рынка отражаются на состоянии рынка (рыночного портфеля). Определяются условия возникновения кризисных явлений на рынках и выделен параметр, значение которого определяет близость кризисных явлений и момент его возникновения. Это величина

$$M_c = \frac{a}{c} - R_f,$$

малость которой, сигнализирует о нарастании кризисных явлений. Таким образом, при практическом управлении активами и портфелями, появляется критерий, помогающий понять близость критических явлений и принятие соответствующих решений связанных с риск-менеджментом. Для государства и регулирующих органов это тоже может быть значимым сигналом к возможному изменению значения безрисковой ставки или правил регулирования рынка. В работе также подробно исследованы условия возникновения кризисных явлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров П.С. 1968 Лекции по аналитической геометрии. М: Наука
2. Лимитовский М.А., Минасян В.Б. 2010 Модель оценки капитальных активов и диверсификация инвестиционного портфеля в условиях неоднородной волатильности (часть 1), Управление корпоративными финансами, №5, с. 296- 305
3. Лимитовский М.А., Минасян В.Б. 2010 Модель оценки капитальных активов и диверсификация инвестиционного портфеля в условиях неоднородной волатильности (часть 2), Управление корпоративными финансами, №6, с. 330- 338

4. Шарп У., Александер Г., Бэйли Д. 1998 Инвестиции: Пер. с англ. М.: ИНФРА-М
5. Markowitz H.M. 1959. Portfolio Theory and Perfmance Analysis, Wiley
6. Amenc O.N., Le Sourd V. 2003. Portfolio Theory and Performance Analysis, Wiley
7. Elton E., Gruber M., Brown S, Goetzmann W. 2007. Modern Portfolio Theory and Investments Analysis, John Wiley&Sons
8. Jurczenko E. 2008 Portfolio Management, ESCP-EAP European Business School. Paris
9. Limitovskiy M.A., Minasyan V. 2009. CAPM and Diversification of the Investment Portfolio Under Heterogeneous Volatility, <http://ssrn.com/abstract=1522511>
10. Markowitz, H.M. 1952 Portfolio selection, Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91

РЕЗЮМЕ

Основным результатом работы **Минасяна В.Б “Механизм возникновения кризисных явлений на финансовых рынках”** является: Выявление условия существования благоприятного, стабильного состояния рынка, условий скачкообразного перехода рынка в турбулентную фазу, а также условия возникновения неблагоприятного стабильного состояния рынка.