

ფრაქტალები და ეკონომიკური ციკლების პროგნოზირება

DOI - 10.36962/ecs105/9-10/2022-32

მაია შევარდენიძე
სტუ-ს დოქტორანტი
m.shevardenidze@gtu.ge

რეზიუმე

მრავალი საუკუნეების განმავლობაში მეცნიერები სამყაროს კვლევისა და მოდელირების პროცესში იყენებდნენ გამოთვლის კლასიკურ მეთოდებს. ისეთ ფუნქციებს კი, რომლებიც არ იყო სათანადო სიგლუვის მატარებელი ანუ რეგულარული, ხშირად თვლიდნენ პათოლოგიებად და სათანადო ყურადღებას არ უთმობდნენ. ფრაქტალური გეომეტრია სწორედ ასეთი არარეგულარული სიმრავლეების შესწავლითაა დაკავებული.

ფრაქტალური გეომეტრიის ძირითადი ცნებაა ფრაქტალი, რომლის წარმოშობა დაკავშირებულია კომპიუტერულ მოდელირებასთან. ფრაქტალების საშუალებით შესაძლებელი გახდა აღინეროს ჭექა-ქუხილის დროს ცაზე წარმოქმნილი ნათება, ხის ტოტების ზრდის დინამიკა, ადამიანის შინაგანი ორგანოების, ფსიქიკისა და ორგანიზაციული სისტემების ფრაქტალური სტრუქტურა და ა.შ.

ბოლო დროს ფრაქტალები ფართოდ გამოიყენება ეკონომიკური ციკლების შესასწავლად. კერძოდ, დროის სერიების ისეთი მახასიათებელი, როგორიცაა ფრაქტალური განზომილება, შესაძლებელს ხდის განვსაზღვროთ მომენტი, როდესაც სისტემა ხდება არასტაბილური და მზად არის გადავიდეს ახალ მდგომარეობაში. თანამედროვე მეცნიერება ფართოდ იყენებს ფრაქტალების თეორიას დროის სერიების შესასწავლად, რათა გაზარდოს ეკონომიკური დინამიკის პროგნოზირების სანდოობა.

საკვანძო სიტყვები: ფრაქტალები. ეკონომიკური ციკლები. პროგნოზირება.

ქირითადი ტექსტი

ფრაქტალი (ლათინურად - დამტვრეული, გატეხილი) არის სიმრავლე, რომელსაც აქვს თვითმსგავსების თვისება. ფრაქტალების მათემატიკური თეორიის ფუძემდებელმა, მათემატიკოსმა ბენუა მანდელბროტმა (1924-2010) ცნებები ფრაქტალი და ფრაქტალური გეომეტრია შემოიღო 1975 წელს არარეგულარული, თავის თავის მსგავსი ობიექტების აღსანიშნავად, მან მოგვცა ფრაქტალის შემდეგი განსაზღვრება: “ფრაქტალი ისეთი სიმრავლეა, რომლის ტოპოლოგიური განზომილება ნაკლებია, ვიდრე მისი ჰაუსდორფის (ფრაქტალური) განზომილება”.

ბენუა მანდელბროტს აინტერესებდა ბუნებისთვის დამახასიათებელი ფორმების, სიმეტრიულობის და არასიმეტრიულობის არსი. მას უნდოდა გაეგო თუ რა კავშირი აქვს მთების, მდინარეების, ადამიანის და სხვა ყველაფრის გეომეტრიულ აღნაგობას.

მან გამოიყენა იტერაციული ფორმულა $Z=Z^2+C$, ამ ფორმულის მიხედვით ყოველი რეზულტატი არის მოცემულობისა (Z) და რეზულტატის უკუკავშირი, ამასთან ერთად თითოეული რეზულტატი მსგავსებასთან ერთად, არის წინაზე რთული. ამ ფორმულაზე დაყრდნობით მანდელბროტმა კომპიუტერის დახმარებით შექმნა გამოსახულება, რომელიც ყოველ ნაბიჯზე უსასრულოდ რთულდება და ამავე დროს იმეორებს საკუთარ თავს სხვადასხვა მასშტაბში. მან ასეთ ფიგურებს უწოდა ფრაქტალები.

ფრაქტალებს იყენებენ რთული, სხვადასხვა ტიპის სიგნალების კლასიფიკაციისათვის, გამოიყენება ასევე ეკონომიკაში ვალუტის კურსის რხევების შესწავლისას, ჰიდროაერომექანიკაში ტურბულენტური დინების აღსაწერად, გრუნტში სითხის ფილტრაციის დროს ტრაექტორიების აღსაწერად. ფრაქტალის-მაგვარი სიმრავლეებია ღრუბლის საზღვარი, ზღვის სანაპირო, დედამიწის რღვევის წირები, გულ-სისხლძარღვთა სისტემა, შინაგანი ორგანოების სტრუქტურა. გამოიყენება ქაოსის თეორიაში და ა.შ.

ფრაქტალთა სამყარო მეტად ფართოა და მრავალფეროვანი.

ფრაქტალებს ვხვდებით მექანიკასა და აკუსტიკაში, ქიმიასა და ბიოლოგიაში. ახალი რიცხვითი მეთოდები საშუალებას იძლევა თავიდან ავიცილოთ მოსალოდნელი სოციალური კატასტროფებიც. სინერგეტიკის სპეციალისტები უკვე დარწმუნდნენ, რომ ქიმიური, ფიზიკური, ბიოლოგიური და სოციალურ-ეკონომიკური პროცესები უფრო ზუსტად აღინერება ფრაქტალური სტრუქტურებით, ვიდრე კლასიკური უწყვეტი და გლუვი ფუნქციებით. ფრაქტალები ახალი მიმართულება გახდა ხელოვნებაშიც, სადაც მათი საშუალებით იქმნება საოცრად ლამაზი და მიმზიდველი სურათები.

ფრაქტალის მთავარი თვისებაა საკუთარი თავის მსგავსი სტრუქტურის უსასრულოდ გამეორება სხვადასხვა მასშტაბებში. მსგავსი ბუნება ახასიათებს ეკონომიკურ ციკლებსაც.

ცალკეული ეკონომიკური ციკლები არსებითად განსხვავდება ერთმანეთისგან ხანგრძლივობითა და ინტენსიურობით, თუმცა მათ ერთი და იგივე ფაზები ახასიათებთ. ეკონომიკური ციკლები შეიძლება იყოს მოკლევადიანი, საშუალოვადიანი ან გრძელვადიანი, მაგრამ ნებისმიერი ციკლი შედგება ერთიადიგივე პროცესებით: რეცესია - ფსკერი - აღმავლობა - პიკი. შემდეგ იგივე განმეორდება და განსხვავება პროცესების ხანგრძლივობაში დაფიქსირდება.

ეკონომიკური ციკლების გამომწვევი მრავალი მიზეზი არსებობს, მათ შორის ძირითადად მოიაზრება: წარმოების იმპულსურობა, ტექნოლოგიური მიღწევები, ნედლეულის ფასების ცვლილება, ბუნებრივი კატაკლიზმები, ომის შედეგები, სახელმწიფო პოლიტიკა, პანდემია და ა.შ. აღნიშნული მოვლენების პროგნოზირების ზუსტი მეთოდი ჯერჯერობით არ არსებობს.

ეკონომიკური ციკლების მოდელირებისათვის სამუელსონმა და ჰიკსმა შექმნეს შესაბამისი მათემატიკური მოდელი, შემდგომში, ეს მიდგომა განვითარდა გუდვინის ნაშრომებში. ბოლო დროს ფრაქტალებიც ფართოდ გამოიყენება ეკონომიკური პროცესების შესასწავლად. დღესდღეობით, არსებობს ფრაქტალების მრავალი განსხვავებული მათემატიკური მოდელი, რომელთაგან თითოეული განსხვავდება სხვებისგან გარკვეული

რეკურსიული ფუნქციით. მათ შორის ყველაზე გავრცელებულია მანდელბროტის მოდელი და ჯულიას მოდელი. ამ მოდელებს შორის არსებობს შემდეგი განსხვავება: მანდელბროტის მოდელი სტატიკურია (რადგან Z სანყისი ყოველთვის ნულია), ჯულიას მოდელი კი არის დინამიური ფრაქტალური მოდელი. არსებობს სხვა მოდელებიც, როგორიცაა სერპინსკის ხალიჩა, კოხის მრუდი და სხვა, მაგრამ მათი გამოყენება ეკონომიკური სისტემების მოდელირებისთვის საჭიროებს დამატებით შესწავლას.

ფრაქტალები გამოიყენება, როდესაც ობიექტს აქვს განვითარების რამდენიმე ვარიანტი, ხოლო სისტემის მდგომარეობა განისაზღვრება იმ პოზიციით, რომელშიც ის ახლა არის - ეს არის ქაოტური განვითარების სიმულაციის მცდელობა. ობიექტის ფრაქტალური სტრუქტურა ითვალისწინებს მისი სტრუქტურის სირთულის ხარისხის უცვლელობას განხილვის მასშტაბის ზრდით. სხვადასხვა მასშტაბის ეკონომიკური სისტემების ქცევის აღწერის მონაცემების დროის სერიებს დაახლოებით ერთი და იგივე ფორმა აქვს. ფრაქტალის სტრუქტურის დასახასიათებლად გამოიყენება ჰაუსდორფის მიერ შემოღებული ფრაქტალობის ინდექსი D , რომელიც რიცხობრივად განსაზღვრავს კომპაქტური სიმრავლის განზომილებას თვითნებურ მეტრულ სივრცეში.

დინამიკის დასახასიათებლად განიხილება ისეთი თვისებები, როგორიცაა პერსისტენტობა (მდგრადობა), ანტიპერსისტენტობა ("საშუალოზე დაბრუნება") და ციკლურობა. მაშასადამე, ფრაქტალობის ინდექსი მნიშვნელოვანია იმ გაგებით, რომ იგი მჭიდროდ არის დაკავშირებული ჰერსტის მაჩვენებელთან, რომელიც განსაზღვრავს ეკონომიკური სისტემის ან დროის სერიების დინამიკის თვისებებს. დინამიური პროცესების უმეტესობისთვის, ჰერსტის მაჩვენებელი H განისაზღვრება როგორც: $H = D - 2$, სადაც D არის ფრაქტალობის ინდექსი.

თითქმის ყველა პროცესს, მათ შორის ეკონომიკურს აქვს ტალღის მსგავსი ხასიათი და ასეთი დინამიკა მნიშვნელოვნად ართულებს ამ პროცესების განვითარების პროგნოზირე-

ბის შესაძლებლობას. ამიტომ, ანალიზის ერთ-ერთი ყველაზე ეფექტური სახეობაა ფრაქტალური ანალიზი, რომელიც თავისი შინაარსით არის მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია რეკურსიის პრინციპის გამოყენებაზე. ის გამოდის დროის სერიაში რეკურსიული კავშირის დაშვებიდან, რომელიც აღწერს შესასწავლი პროცესების დინამიკას, საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ ურთიერთობა ეკონომიკურ ობიექტებს შორის, რომლებიც განსაზღვრავენ შესწავლილი ეკონომიკური სისტემის ქცევას. ფრაქტალები ხაზს უსვამენ სოციალურ-ეკონომიკურ გარემოში ცვლილებების ძირითად სტრუქტურას და გვაძლევს პროგნოზირების საშუალებას საკმარისი სიზუსტით. არასტაბილურ ეკონომიკურ ვითარებაში მიზანშეწონილია კრიზისული სიტუაციების პროგნოზირების მეთოდების შემუშავება და გაუმჯობესება.

ფრაქტალების თეორიის მათემატიკური აპარატის გამოყენება ახალ შესაძლებლობებს ხსნის საბაზრო პროცესების მოდელირებაში. ამის ხელშემწყობი მთავარი პუნქტი არის ფრაქტალის თვითგანვითარება. ეს თვისება ახასიათებს ფრაქტალს, როგორც მათემატიკურ ობიექტს, რომელიც ყველაზე მეტად შეესაბამება ეკონომიკური პროცესების სისტემურ ბუნებას, რომელიც ხდება გარე და შიდა გარემოს მრავალი ფაქტორის არანრფივი დინამიკის პირობებში.

რეალურ სამყაროში სუფთა, მონესრიგებული ფრაქტალები, როგორც წესი, არ არსებობს და მხოლოდ ფრაქტალ მოვლენებზე შეიძლება საუბარი. ისინი უნდა ჩაითვალოს მხოლოდ მოდელებად, რომლებიც სტატისტიკური გაგებით დაახლოებით ფრაქტალებია. თუმცა, კარგად აგებული სტატისტიკური ფრაქტალური მოდელი შესაძლებელს ხდის საკმარისად ზუსტი და ადეკვატური პროგნოზების მიღებას.

ფრაქტალების თეორია არის თვისობრივად ახალი მიდგომა ეკონომიკური მოდელირებისადმი. ეკონომიკური ციკლების პროგნოზირებადი მოდელების აგება იყო და იქნება უკიდურესად გადაუდებელი ამოცანა. ამ დროისთვის, არსებობს მრავალი მეთოდი ნებისმიერი ეკონომიკური სერიის ქცევის უხე-

შად პროგნოზირებისთვის.

ფრაქტალური ანალიზის მეთოდებისა და მათი მოდიფიკაციების დახმარებით შესაძლებელია სისტემის ქცევის თვისებრივი ცვლილების მომენტების დადგენა და შესაბამისად, მათი შემდგომი ქცევის შედარებით გრძელვადიან პერსპექტივაში პროგნოზირება. ამ მიდგომის ფარგლებში შემუშავებული მეთოდებით გადაჭრილი ყველაზე აქტუალური ამოცანაა იდენტიფიცირება ძირითადი ეკონომიკური კრიზისების დაწყების მომენტისა, ანუ მათი პროგნოზირება მოკლევადიან პერსპექტივაში.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. Мандельброт Б. (2004). Фракталы, случай и финансы. Пер. с франц., Ижевск.
2. Мандельброт Б. (2002). Фрактальная геометрия природы. Пер. с англ., Ижевск.
3. ობგაძე თ., ფრანგიშვილი ა., ტრუსკანოვი ა., ცოცხალი სისტემების ანალიზის მეთოდები. ფრაქტალები - დამხმარე სახელმძღვანელო III, თბილისი, სტუ, 2016
4. ობგაძე თ. დისკრეტული დინამიკური ფრაქტალები და ფულიას სიმრავლეები Georgian Technical University. Automated control systems - No 1(21), 2016
5. Сандрюкова Е.А., Дубинина Е.Е., Применение элементов теории фракталов в исследовании экономических процессов. Вестник экономической безопасности N4(349), Москва, 2017
6. <https://ka.wikipedia.org>

REFERENCES:

1. Mandelbrot B. (2004). Fractals, chance and finance. Translation from French, Izhevsk,
2. Mandelbrot B. (2002). Fractal geometry of nature. Translation from English, Izhevsk.
3. Obgadze T., Frangishvili A., Truskanov A., Methods for the

analysis of living systems. Fractals - Help Guide III, Tbilisi, GTU 2016

4. Obgadze T. Discrete dynamic fractals and sets of Zhyulia, Georgian Technical University. Automated control systems - No 1(21), 2016

5. Sandryukova E., Dubinina E., The application of elements of the theory of fractals in the study of economic processes, Vestnik of economic security N4(349), Moscow, 2017

6. <https://ka.wikipedia.org>

FRACTALS AND FORECASTING OF ECONOMIC CYCLES

Maia Shevardenidze

PhD student at GTU,

m.shevardenidze@gtu.ge

RESUME

For many centuries, scientists have used classical methods of calculation in the process of exploring and modeling the universe. And such functions that did not carry the proper smoothness or regularity were often considered as pathologies and were not given much attention. The fractal geometry of Benoit Mandelbrot deals with the study of such irregular sets.

The basic concept of fractal geometry is a fractal, the origin of which is associated with computer modeling. With the help of fractals, it was possible to describe the glow of the sky during a thunderstorm, the dynamics of the growth of tree branches, the fractal structure of the internal organs of a person, the psyche and organizational systems, etc.

Recently, fractals have been widely used to study economic cycles. In particular, such a characteristic of a time series as fractal dimension makes it possible to determine the moment when the system becomes unstable and is ready to move to a new state. Modern science widely uses the theory of fractals to study time series in order

to increase the reliability of forecasting economic dynamics.

The main feature of a fractal is the infinite repetition of a self-similar structure in different scales. Analogous nature characterizes economic cycles.

Samuelson and Hicks created an appropriate mathematical model for modeling economic cycles, later this approach was developed in the works of Goodwin. Recently, fractals have been widely used to study economic processes. To date, there are many different mathematical models of fractals, each of which differs from the others in a certain recursive function.

With the help of methods of fractal analysis and their modifications, it is possible to determine moments of qualitative change in the behavior of the system and, accordingly, to predict their subsequent behavior in a relatively long-term perspective. The most urgent task, solved by the methods developed within this approach, is the identification of the moment of the onset of major economic crises, that is, forecasting them in the near future.

Key words: Fractals. Economic cycles. Prognosis.